

Vérifier une loi de proportionnalité

Beaucoup de lois de physique-chimie sont des **lois de proportionnalité**. Cette fiche explique comment le vérifier et comment obtenir le coefficient de proportionnalité.

1. Proportionnalité entre deux grandeurs

Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs y et x sont **proportionnelles** s'il existe une constante k , le **coefficient de proportionnalité**, telle que

$$y = k \cdot x$$

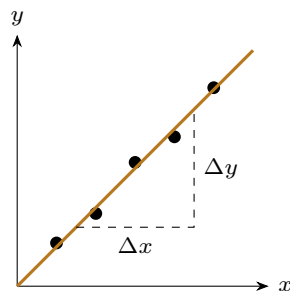
Autrement dit, la relation $y(x)$ est **linéaire** et le rapport y/x est constant (il ne dépend pas de x).

Exemple. La masse m d'un échantillon et son volume V sont proportionnels : $m = \rho \cdot V$, où la masse volumique ρ (constante pour un matériau donné) joue le rôle de coefficient de proportionnalité.

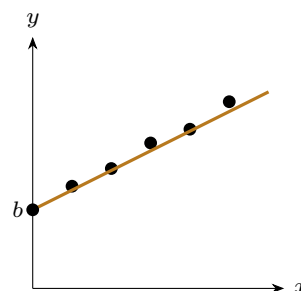
Signature graphique

La relation linéaire $y = k \cdot x$ est l'équation d'une droite passant par l'origine. Le coefficient de proportionnalité k s'identifie avec le *coefficient directeur* de la droite.

En portant sur un graphique y en fonction de x , on peut donc identifier une relation de proportionnalité : les points sont **alignés sur une droite passant par l'origine**.



y proportionnel à x
passe par l'origine



y non proportionnel à x
droite décalée

Une droite qui **ne passe pas par l'origine** traduit une relation **affine** $y = a \cdot x + b$ (avec $b \neq 0$) : il n'y a **pas** proportionnalité entre x et y .

Outil mathématique

Pour vérifier une relation de proportionnalité entre deux grandeurs x et y :

- placer dans un repère $(x; y)$ les points de mesures ;
- vérifier que ces points sont alignés aux erreurs de mesure près ;
- vérifier que la meilleure droite passe par l'origine (c'est-à-dire que son ordonnée à l'origine b est nulle aux incertitudes de mesure près).

On obtient la valeur du coefficient de proportionnalité en mesurant le coefficient directeur de la droite obtenue, avec A et B deux points de la droite éloignés l'un de l'autre (et non des points expérimentaux) :

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Il est pratique de choisir l'origine pour le point A : $(x_A, y_A) = (0, 0)$, alors : $k = \frac{y_B}{x_B}$.

2. Un exemple traité en détail

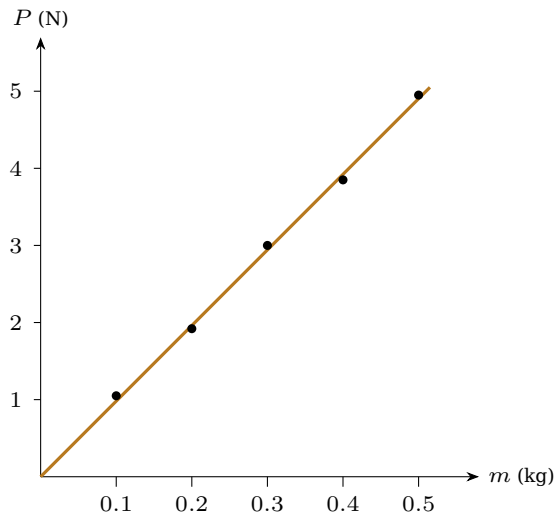
Pour relier le **poids** P d'un objet à sa **masse** m , on suspend des masses marquées à un **dynamomètre** et on relève le poids indiqué.

m (kg)	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
P (N)	1,05	1,92	3,00	3,85	4,95

Le poids P est-il **proportionnel** à la masse m ? Si oui, que vaut le coefficient de proportionnalité ?

Exploitation

On **trace le nuage de points** puis on le **modélise par une droite** (procédure détaillée : fiche M2).



Ici les points sont alignés et la droite passe pratiquement par l'origine. La modélisation donne

$$P = a m + b \quad \text{avec} \quad a = 9,7 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad b = 0,04 \text{ N}, \quad R^2 = 0,999.$$

L'ordonnée à l'origine b est **négligeable** devant les poids mesurés : le poids est donc **proportionnel** à la masse, avec un coefficient $k = a = 9,7 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$. On reconnaît l'**intensité de pesanteur** g : la loi vérifiée expérimentalement ici est $P = m \cdot g$.

Pièges fréquents

- **Affine $\neq$ proportionnel.** L'ajustement est de la forme $y = ax + b$: vérifier que b est **négligeable** devant les valeurs de y (droite passant par l'origine) avant de conclure à une proportionnalité.
- **Unité du coefficient.** k porte toujours une unité : celle de y divisée par celle de x .

Outil mathématique

proportionnalité $\Leftrightarrow$ **droite passant par l'origine**

coefficient directeur $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ se mesure sur la droite (deux points écartés) ou se lit comme pente d'une régression linéaire, et porte l'**unité** de y/x .

3. Auto-test

Répondez avant de regarder les corrigés.

1. Une modélisation expérimentale donne $F = 3,2v + 1,5$, avec F en newtons et v en mètres par seconde. Peut-on affirmer que F est proportionnelle à v ? Justifier.
2. Sur une droite passant par l'origine, on choisit les points $A(0; 0)$ et $B(0,40 \text{ kg}; 3,9 \text{ N})$. Calculer le coefficient de proportionnalité, avec son unité.
3. Une régression du poids P en fonction de la masse m donne $P = 9,81m - 0,02$ et $R^2 = 0,9999$, pour des poids compris entre 1 et 10 N. La relation $P \propto m$ est-elle compatible avec ces résultats?

Corrigés

1. Non : l'ordonnée à l'origine vaut 1,5 N et n'est pas nulle. La relation est affine, pas proportionnelle.
2. $k = \frac{3,9}{0,40} = 9,75 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$, soit environ $9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
3. Oui. Les points sont presque parfaitement alignés (R^2 très proche de 1) et $b = -0,02 \text{ N}$ est négligeable devant les valeurs mesurées. Aux incertitudes près, la droite passe donc par l'origine et l'on peut retenir $P \simeq 9,81m$.