

Dynamique et gravitation - Corrigés

Ces corrigés accompagnent le chapitre **Dynamique et gravitation**. Après lecture d'une solution, reprenez la question sans regarder le corrigé. Repérez si votre difficulté concernait la conversion des unités, le choix de l'axe et des signes, le bilan des forces, la relation du MRUA à employer ou la séparation des deux axes d'un projectile. On prend $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ partout et on néglige les frottements de l'air sauf indication contraire.

Vérifications flash

F1 — Le chariot

Deuxième loi : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, donc $a = \sum F/m = 50/20 = 2,5 \text{ m s}^{-2}$, dans la direction et le sens de la somme des forces. Si le chariot roule à vitesse constante, son accélération est nulle et la somme des forces extérieures l'est aussi : c'est le principe d'inertie, cas particulier de la deuxième loi.

F2 — La bille lâchée de 45 m

Chute libre : $\vec{a} = \vec{g}$. Axe vertical vers le bas, origine au point de départ : $z = \frac{1}{2}gt^2$, donc $45 = 5t^2$ et $t = 3 \text{ s}$. Vitesse à l'arrivée : $v = gt = 30 \text{ m s}^{-1}$ (ou $v^2 = 2gh = 900$). La masse s'est simplifiée dans $m\vec{g} = m\vec{a}$: la bille deux fois plus lourde a exactement le même mouvement et arrive en même temps.

F3 — Le train qui freine

Axe dans le sens du mouvement, $a_x = -2 \text{ m s}^{-2}$. Arrêt quand $v_x = 30 - 2t = 0$, soit $t = 15 \text{ s}$. Distance : aire du triangle sous $v_x(t)$, $\frac{30}{2} \times 15 = 225 \text{ m}$, ou $x = 30 \times 15 - \frac{1}{2} \times 2 \times 15^2 = 450 - 225 = 225 \text{ m}$. Relation sans le temps : $0 - 30^2 = 2 \times (-2) \times d$, donc $d = 900/4 = 225 \text{ m}$.

F4 — La balle lancée vers le haut

$v_z = 20 - 10t$ s'annule à $t = 2 \text{ s}$; hauteur $H = 20 \times 2 - 5 \times 4 = 20 \text{ m}$, ou $v_0^2/(2g) = 400/20 = 20 \text{ m}$. Retour au sol quand $z = 20t - 5t^2 = 0$, soit $t = 4 \text{ s}$, le double de la durée de montée. À 40 m s^{-1} , $H = 1600/20 = 80 \text{ m}$: la hauteur est proportionnelle au **carré** de la vitesse initiale, elle est multipliée par quatre, pas par deux.

F5 — Le lancer horizontal

Le temps de chute ne dépend que de la hauteur : $20 = 5t^2$, $t = 2 \text{ s}$. Portée : $x = v_0 t = 15 \times 2 = 30 \text{ m}$. En lançant deux fois plus vite, la bille tombe toujours en 2 s mais parcourt 60 m : la portée est proportionnelle à v_0 , le temps de chute n'en dépend pas.

F6 — Le tir à 60 degrés

Composantes initiales : $v_0 \sin 60^\circ = 20 \times \sqrt{3}/2 = 10\sqrt{3} \simeq 17 \text{ m s}^{-1}$ et $v_0 \cos 60^\circ = 10 \text{ m s}^{-1}$. Temps de vol $2 \times 10\sqrt{3}/10 = 2\sqrt{3} \simeq 3,5 \text{ s}$. Flèche $(10\sqrt{3})^2/20 = 300/20 = 15 \text{ m}$. Portée $10 \times 2\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \simeq 35 \text{ m}$. Le tir à 30° de l'exemple du cours a la même portée (angles complémentaires), mais un temps de vol de 2 s et une flèche de 5 m.

F7 — Le traîneau tiré

Perpendiculaire : $N = mg = 500 \text{ N}$ (la traction est horizontale). Frottement cinétique : $f = \mu_c N = 0,2 \times 500 = 100 \text{ N}$. Le long du mouvement : $300 - 100 = 50a$, donc $a = 4 \text{ m s}^{-2}$.

F8 — Les deux luges

Sans frottement, le long de la pente : $mg \sin \alpha = ma$, donc $a = g \sin 30^\circ = 5 \text{ m s}^{-2}$ pour les deux luges, quelle que soit leur masse. Parties ensemble avec la même accélération, elles arrivent en bas en même temps. Après 10 m : $v^2 = 2aL = 2 \times 5 \times 10 = 100$, soit $v = 10 \text{ m s}^{-1}$ pour chacune.

F9 — Le pèse-personne

Axe vers le haut : $N - mg = ma_z$ avec $a_z = -2 \text{ m s}^{-2}$ (démarrage vers le bas). $N = 60 \times (10 - 2) = 480 \text{ N}$; le pèse-personne, qui affiche N/g , indique 48 kg : la personne se sent plus légère. À vitesse constante, $a_z = 0$, $N = 600 \text{ N}$ et l'affichage redevient 60 kg, quel que soit le sens du mouvement.

F10 — La poulie

$T = m_1 a$ et $m_2 g - T = m_2 a$; en additionnant, $a = m_2 g / (m_1 + m_2) = 20/4 = 5 \text{ m s}^{-2}$ et $T = m_1 a = 10 \text{ N}$, moitié du poids suspendu (20 N). Avec $m_2 = 6 \text{ kg}$: $a = 60/8 = 7,5 \text{ m s}^{-2}$, soit $3/2$ de la valeur précédente, et non le triple : la masse à entraîner est passée de 4 à 8 kg. Le sujet de 2021 juillet doublait la masse suspendue (1 kg et 1 kg, puis 2 kg) : facteur $4/3$, même raisonnement.

F11 — Le parachutiste

Vitesse constante : les forces se compensent, $f = P = 70 \times 10 = 700 \text{ N}$. La vitesse n'intervient pas dans ce résultat. Au tout début du saut, la vitesse est négligeable, donc le frottement aussi : seul le poids agit et $a = g = 10 \text{ m s}^{-2}$; l'accélération diminue ensuite jusqu'à zéro.

F12 — Les deux sphères

La force varie en $1/d^2$: à 3 m, $F_0/9$. Elle est proportionnelle à chaque masse : en doublant les deux, $F = 4F_0$. Les deux forces de la paire ont la même valeur quelle que soit la masse de chaque sphère (loi de gravitation symétrique en m_A et m_B , et loi des actions réciproques).

F13 — Poids ici et là

Sur Terre, $P = 3 \times 10 = 30 \text{ N}$; sur la Lune, $3 \times 1,6 = 4,8 \text{ N}$; la masse reste 3 kg. À une altitude égale au rayon terrestre, $r = 2R_T$ et g est divisé par $2^2 = 4$: $P = 30/4 = 7,5 \text{ N}$.

Exercices d'apprentissage

E1 — L'ascenseur et le pèse-personne

- De 0 à 2 s, l'ascenseur démarre vers le haut avec $a_z = +1,0 \text{ m s}^{-2}$: sa vitesse passe de 0 à $v = a_z t = 2,0 \text{ m s}^{-1}$. De 2 à 8 s, mouvement rectiligne uniforme à cette vitesse de croisière. De 8 à 10 s, freinage avec $a_z = -1,0 \text{ m s}^{-2}$ jusqu'à l'arrêt.
- Système : {passager}, référentiel terrestre, forces : poids 750 N vers le bas, réaction $\vec{N}$ du pèse-personne vers le haut. Deuxième loi selon (Oz) ascendant : $N - mg = ma_z$, donc $N = m(g + a_z)$: $75 \times 11 = 825 \text{ N}$, puis $75 \times 10 = 750 \text{ N}$, puis $75 \times 9 = 675 \text{ N}$.
- L'appareil affiche N/g : 82,5 kg, 75 kg, 67,5 kg. On se sent lourd au démarrage vers le haut (le plancher pousse plus fort que le poids) et léger au freinage (il pousse moins fort). Entre les deux, à vitesse constante, rien ne distingue la cabine d'un sol immobile.
- Aire sous le graphe de vitesse : triangle $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ m}$, rectangle $6 \times 2 = 12 \text{ m}$, triangle 2 m : 16 m en tout, soit cinq étages environ.

E2 — La balle n'est pas un rayon laser

- Système {balle}, référentiel terrestre, seule force le poids : $\vec{a} = \vec{g}$. Axe x horizontal dans le sens du tir, z vertical vers le haut, origine au sol à l'aplomb du canon : $a_x = 0$, $a_z = -10$; $v_x = 1000$, $v_z = -10t$; $x = 1000t$, $z = 1,70 - 5t^2$.
- $x = 500$ donne $t = 0,50 \text{ s}$.
- Chute : $5 \times 0,25 = 1,25 \text{ m}$. La balle frappe à $1,70 - 1,25 = 0,45 \text{ m}$ du sol, bien plus bas que la ligne de visée.
- La chute vaut $\frac{1}{2}g(d/v_0)^2$: elle croît comme le **carré** de la distance d . Pour toucher au centre, il faut relever le canon d'un angle qui dépend de la distance : d'où des hausses graduées en mètres.

E3 — Le fossé du skieur

- Origine au point de départ, x horizontal, z vertical vers le haut : $x = 15t$, $z = -5t^2$; aucune force horizontale, donc v_x constante, et $a_z = -g$ sur la verticale.
- La piste est à $z = -5,0 \text{ m}$: $-5 = -5t^2$ donne $t = 1,0 \text{ s}$; alors $x = 15 \text{ m}$.
- Le fossé fait 12 m : le skieur retombe 3 m après son bord, il le franchit. On peut aussi regarder l'instant où $x = 12 \text{ m}$, $t = 0,8 \text{ s}$: $z = -5 \times 0,64 = -3,2 \text{ m}$, il est encore 1,8 m au-dessus du niveau de la piste.
- $v_x = 15 \text{ m s}^{-1}$ (inchangée) et $v_z = -10 \times 1,0 = -10 \text{ m s}^{-1}$; $v = \sqrt{225 + 100} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13} \simeq 18 \text{ m s}^{-1}$, inclinée vers le bas.

E4 — Le traîneau

- Poids 600 N, normale $\vec{N}$, traction 240 N, frottement $\vec{f}$ vers l'arrière. Perpendiculaire : $N = 600 \text{ N}$. Frottement cinétique : $f = 0,20 \times 600 = 120 \text{ N}$.
- Le long du mouvement : $240 - 120 = 60a$, donc $a = 2,0 \text{ m s}^{-2}$.
- $v = at = 10 \text{ m s}^{-1}$; $d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 25 \text{ m}$ (ou $\frac{0+10}{2} \times 5 = 25 \text{ m}$).
- Sans la corde, seul le frottement agit horizontalement : $-120 = 60a$, $a = -2,0 \text{ m s}^{-2}$, soit $\mu_c g$ en valeur. Distance d'arrêt : $v^2 = 2ad$, $d = 100/4 = 25 \text{ m}$; durée $t = v/a = 5,0 \text{ s}$. Par coïncidence des valeurs, le freinage est symétrique du démarrage.

E5 — Deux masses et une poulie

1. Sur m_1 : poids 40 N, normale $\vec{N}$ ($N = 40$ N), tension $\vec{T}$ horizontale vers la poulie ; axe horizontal dans le sens du mouvement : $T = m_1 a$. Sur m_2 : poids 10 N vers le bas, tension $\vec{T}$ vers le haut ; axe vertical vers le bas : $m_2 g - T = m_2 a$. Même a (corde inextensible), même T (corde et poulie de masses négligeables).
2. Somme : $m_2 g = (m_1 + m_2) a$, $a = 10/5 = 2,0 \text{ m s}^{-2}$; $T = 4 \times 2 = 8,0$ N, inférieure aux 10 N du poids suspendu : si la tension valait le poids, m_2 n'accélérerait pas.
3. Frottement sur le bloc : $f = 0,10 \times 40 = 4,0$ N vers l'arrière. $T - f = m_1 a$ et $m_2 g - T = m_2 a$, donc $m_2 g - f = (m_1 + m_2) a$: $a = (10 - 4)/5 = 1,2 \text{ m s}^{-2}$; $T = m_1 a + f = 4,8 + 4,0 = 8,8$ N.
4. Vitesse constante : $a = 0$, donc $m_2 g = f = 4,0$ N et $m_2 = 0,40$ kg. Au-dessous, le bloc ne démarrerait pas (frottement statique) ; au-dessus, l'ensemble accélère.

E6 — La pomme, la Terre et la Lune

1. La force de gravitation de la Terre sur la pomme est son poids : $P = 0,100 \times 10 = 1,0$ N. Par la loi des actions réciproques (et par la symétrie de la loi de gravitation), la pomme attire la Terre avec 1,0 N. Accélération de la Terre : $a = F/M_T = 1/(6 \times 10^{24}) \simeq 1,7 \times 10^{-25} \text{ m s}^{-2}$, imperceptible.
2. À l'altitude R_T , la distance au centre double : F est divisée par 4, $F = 0,25$ N. La masse de la pomme reste 100 g.
3. $g_L/g_T = (M_L/M_T)(R_T/R_L)^2 = 13,7/81 \simeq 0,17$, donc $g_L \simeq 1,7 \text{ m s}^{-2}$ (valeur réelle 1,62, que les sujets arrondissent à 1,6). Poids de la pomme sur la Lune : $0,100 \times 1,7 \simeq 0,17$ N.
4. $H = v_0^2/(2g)$: sur Terre $16/20 = 0,80$ m ; sur la Lune $16/3,2 = 5,0$ m. La hauteur est inversement proportionnelle à g , la masse n'intervient pas.

E7 — Le puits

1. Si le son remontait instantanément, la chute durerait 3,15 s : $h = \frac{1}{2} g t^2 = 5 \times 3,15^2 \simeq 5 \times 9,9 \simeq 50$ m.
2. Pour remonter 50 m à 300 m s^{-1} , le son met $t_2 = 50/300 \simeq 0,17$ s : moins d'un cinquième de seconde.
3. La chute dure donc $t_1 = 3,15 - 0,17 \simeq 3,0$ s, et $h = 5 \times 3,0^2 = 45$ m. Contrôle : $t_2 = 45/300 = 0,15$ s et $t_1 + t_2 = 3,00 + 0,15 = 3,15$ s, exactement la durée mesurée. On peut aussi écrire $h = 5 t_1^2$ et $h = 300 (3,15 - t_1)$ et vérifier que $t_1 = 3,0$ s satisfait les deux.
4. L'estimation sans le son donne 50 m pour 45 m : environ 10 % en trop, une surestimation, puisque la chute est en réalité plus courte. Dans un QCM, les propositions sont séparées d'un facteur 1,5 ou 2 (en 2022 août : 40, 80, 120, 320 m) : l'estimation suffit à choisir, et la correction confirme.

QCM d'automatismes

A1 — Réponse B

$a = F/m$: doubler le numérateur et le dénominateur laisse le quotient inchangé. A oublie la masse, C oublie la force, D multiplie au lieu de diviser.

A2 — Réponse A

Sans atmosphère, chaque objet n'est soumis qu'à son poids : $\vec{a} = \vec{g}$ et la masse disparaît de $m\vec{g} = m\vec{a}$. Même vitesse initiale, même accélération : les deux objets ont exactement le même mouvement, montent à $v_0^2/(2g)$ et y parviennent à $t = v_0/g$. La valeur de g (Mars, Lune ou

Terre) change la hauteur, pas la conclusion. C est l'intuition « plus lourd, plus d'élan » ; D celle de la plume ; B sépare hauteur et durée, alors que les deux découlent des mêmes équations. Le concours a posé cette question en 2018 (Terre) et de nouveau en 2019 septembre (Lune).

A3 — Réponse B

Au sommet, la vitesse verticale s'annule, mais la seule force reste le poids : $\vec{a} = \vec{g}$, vers le bas, comme partout sur la trajectoire. Si l'accélération était nulle, la balle resterait immobile au sommet (A). D inverse le sens de $\vec{g}$; C confond avec un lancer oblique, où v_x subsiste.

A4 — Réponse C

Freiner, c'est voir la vitesse diminuer en valeur : $\Delta\vec{v}$ est opposé à $\vec{v}$, donc $\vec{a}$ aussi. Une accélération nulle (A) serait un mouvement uniforme ; de même sens que la vitesse (B), un mouvement qui s'accélère.

A5 — Réponse A

Vitesse constante : équilibre, le frottement compense exactement le poids. Il n'est ni nul (B, ce serait une chute libre), ni inférieur (C, le parachutiste accélérerait encore), ni supérieur (D, il ralentirait).

A6 — Réponse B

La masse est une propriété de l'objet, invariable ; le poids est la force mg , divisée par six avec g . A et C font varier la masse ; D oublie que g change.

A7 — Réponse C

La force varie en $1/d^2$: distance doublée, force divisée par quatre. B correspondrait à une loi en $1/d$; A et D inversent le sens de variation.

A8 — Réponse A

Aucune force horizontale ne s'exerce : $a_x = 0$ et v_x reste égale à $v_0 \cos \alpha$ pendant tout le vol. Les propositions B, C et D décrivent la composante verticale ou une intuition fautive sur le sommet.

A9 — Réponse C

La distance d'arrêt vaut $v_0^2/(2a)$: elle est proportionnelle au carré de la vitesse. Le rapport des vitesses est $90/60 = 3/2$, celui des distances $(3/2)^2 = 9/4$: $20 \times 9/4 = 45$ m. A applique le rapport $3/2$ sans l'élever au carré ; B additionne 20 m par 30 km/h ; D double. Aucune conversion n'est nécessaire dans un rapport.

A10 — Réponse B

Pour s'arrêter sur la distance d : $0 - v_0^2 = -2ad$, donc $a_{\min} = v_0^2/(2d) = 400/400 = 1 \text{ m s}^{-2}$. C oublie le facteur 2 ; A le compte deux fois ; D est v_0^2/d divisé par... rien. Le sujet de 2025 (train à 80 m/s, obstacle à 1 km) donnait $3,2 \text{ m s}^{-2}$.

A11 — Réponse B

Sur toute la trajectoire, la seule force est le poids : $\vec{a} = \vec{g}$, même direction, même sens, même valeur en a , b , c , d et e . La vitesse est minimale au sommet c , où sa composante verticale s'annule tandis que la composante horizontale $v_0 \cos \alpha$ subsiste : elle n'y est pas nulle (D). A annule l'accélération au sommet, erreur classique ; C inverse la vitesse (maximale au départ et à l'arrivée) et invente une accélération variable. Le sujet de 2018 demandait seulement l'accélération : « partout la même ».

A12 — Réponse C

Sur la pente, le bilan donne $a = g \sin \alpha$ le long de la pente, vers le bas, en tout point : en 1, 2 et 3 pendant la montée, et en 4 au point de demi-tour, où la vitesse s'annule un instant mais pas l'accélération. A et D annulent l'accélération au point le plus haut ; B la fait croître avec la hauteur. Sur le plat, avant la pente, l'accélération était nulle : c'est le seul endroit où elle l'est.

QCM de niveau concours

C1 — Réponse A

$108 \text{ km/h} = 30 \text{ m s}^{-1}$. Relation sans le temps : $0 - 30^2 = 2 \times (-5) \times d$, donc $d = 900/10 = 90 \text{ m}$. B divise encore par deux ; C oublie le facteur 2 ; D résulte d'un calcul avec 108 au lieu de 30 (en ordre de grandeur), c'est-à-dire d'une conversion oubliée.

C2 — Réponse C

Phase de freinage de 6 à 9 s : la vitesse passe de 12 à 0 en 3 s. Distance : aire du triangle, $\frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18 \text{ m}$, ou vitesse moyenne 6 m s^{-1} pendant 3 s. A est la vitesse maximale, B la distance du palier (12×3), D la distance totale ($18 + 36 + 18$).

C3 — Réponse D

Le temps de chute ne dépend que de la hauteur : $80 = 5t^2$, $t = 4 \text{ s}$. Distance horizontale : $15 \times 4 = 60 \text{ m}$. A prend $t = 2 \text{ s}$ (confusion avec $\sqrt{h/g}$) ; B et C multiplient la portée par deux ou quatre.

C4 — Réponse B

Angles complémentaires : $\sin(2 \times 30^\circ) = \sin(2 \times 60^\circ)$, même portée. Le temps de vol $2v_0 \sin \alpha / g$ croît avec α : la flèche à 60° reste plus longtemps en l'air et monte plus haut. A oublie les temps de vol différents ; C et D attribuent une portée plus grande à l'un des deux tirs.

C5 — Réponse C

$N = mg = 200 \text{ N}$; $f = 0,25 \times 200 = 50 \text{ N}$; $a = (100 - 50)/20 = 2,5 \text{ m s}^{-2}$. A néglige le frottement ($100/20$) ; B applique le coefficient à la traction au lieu de la normale ($100 - 25 = 75$, puis $75/20$) ; D prend la moitié du bon résultat.

C6 — Réponse A

Avec $m_1 = m_2 = m$: $a = mg/(2m) = g/2$. Avec $m_1 = 2m$: $a = mg/(3m) = g/3$. Le rapport vaut $(g/3)/(g/2) = 2/3$. B diviserait par deux comme si la masse totale avait doublé ; C et D font croître l'accélération alors qu'on a alourdi l'ensemble sans augmenter la force motrice.

C7 — Réponse C

L'ascenseur monte et freine : son accélération est dirigée vers le bas, $a_z = -2 \text{ m s}^{-2}$. $T = m(g + a_z) = 500 \times 8 = 4000 \text{ N}$, inférieure au poids (5000 N, réponse B valable seulement à vitesse constante). A correspond à une accélération vers le haut (500×12); D est ma seul, en oubliant le poids.

C8 — Réponse B

À l'altitude R_T , la distance au centre vaut $2R_T$: g est divisé par $2^2 = 4$, et le poids avec lui. A oublie le carré; C confond poids et masse; D inverse le sens de variation.

C9 — Réponse B

$108 \text{ km/h} = 30 \text{ m s}^{-1}$. Sans accélération donnée, la relation utile est $\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} t$: $150 = 15 t$, donc $t = 10 \text{ s}$. On peut aussi passer par $a = v^2/(2d) = 900/300 = 3 \text{ m s}^{-2}$ puis $t = v/a = 10 \text{ s}$. A divise 150 par 30 comme si la vitesse avait été constante; C et D n'ont pas d'origine simple. Le sujet de 2021 août (0 à 72 km/h sur 100 m) donnait 10 s par le même calcul.

C10 — Réponse C

$90 \text{ km/h} = 25 \text{ m s}^{-1}$. Moto : $x_1 = 25t$; voiture : $x_2 = \frac{1}{2} \times 2,5 t^2 = 1,25 t^2$. Rencontre quand $x_1 = x_2$: $25t = 1,25 t^2$, donc $t = 20 \text{ s}$, et $x = 25 \times 20 = 500 \text{ m}$. A est la distance après 10 s; B confond avec la moitié; D double. À la rencontre, la voiture roule à $2,5 \times 20 = 50 \text{ m s}^{-1}$, deux fois plus vite que la moto : elle a dû rattraper son retard. Le sujet de 2022 août (voiture à 72 km/h, policier à 5 m s^{-2}) donnait 160 m.

C11 — Réponse B

Le mobile part de l'arrêt : $v^2 = 2ax$. Le tableau donne $x = v^2/4$ (par exemple $v = 6$, $x = 9$) : $2a = 4$, donc $a = 2 \text{ m s}^{-2}$. A lit $x = v^2/4$ comme $a = 1/4$ renversé; C oublie le facteur 2; D divise v par x sur une ligne. Vérification : partant de l'arrêt avec 2 m s^{-2} , le mobile atteint 4 m s^{-1} en 2 s, après $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4 \text{ m}$, conforme au tableau. Le sujet de 2024 (tableau d'une moto, $x = v^2/16$) donnait 8 m s^{-2} .

C12 — Réponse C

En orientant l'axe vers le haut, la force de frottement f est positive et le poids vaut $mg = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$ vers le bas. La deuxième loi de Newton donne $f - 800 = 80 \times 2 = 160$, d'où $f = 960 \text{ N}$ vers le haut. La vitesse vers le bas n'impose pas le sens de l'accélération : ici le parachutiste ralentit, donc son accélération est vers le haut.