

Statique, moments - Corrigés

Ces corrigés accompagnent le chapitre **Statique, moments**. Après lecture d'une solution, reprenez la question sans regarder le corrigé. Repérez si votre difficulté concernait l'inventaire des forces, le choix des axes, la référence de l'angle, le bras de levier ou le poids de la barre. On prend $g = 10 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ partout.

Vérifications flash

F1 — La barre sur deux appuis

La barre est homogène : son centre de gravité est en son milieu, à 0,60 m de chaque extrémité, et c'est là que s'applique son poids, de valeur $P = mg = 2,0 \times 10 = 20 \text{ N}$. Les deux appuis, placés aux extrémités, se partagent ce poids (10 N chacun par symétrie), mais la question portait sur le poids lui-même.

F2 — L'armoire qui ne bouge pas

Tant que l'armoire reste immobile, la somme des forces horizontales est nulle : le frottement statique compense exactement la poussée. Il vaut donc 150 N dans le premier cas et 250 N dans le second. Il n'est pas égal à $\mu_s N$: cette valeur n'est que son maximum, que l'on n'a pas atteint puisque l'armoire n'a pas glissé.

F3 — La lampe suspendue

Système : {lampe}. Référentiel terrestre. Forces extérieures : le poids $\vec{P}$ (à distance, vertical vers le bas, $P = 1,5 \times 10 = 15 \text{ N}$, appliqué au centre de gravité) et la tension $\vec{T}$ du fil (contact, le long du fil, vers le point d'attache, donc vers le haut). La lampe est immobile : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$, d'où $T = P = 15 \text{ N}$.

F4 — La réciproque de la force normale

La force normale est exercée **par le sol sur le livre**. Sa réciproque est exercée **par le livre sur le sol** : c'est la force de contact avec laquelle le livre appuie sur le sol, verticale vers le bas, de même valeur. Elle s'applique au sol, pas au livre. Le poids du livre n'est pas la réciproque de la force normale : il est exercé par la Terre, et il agit sur le livre.

F5 — Deux fils à 60 degrés

Poids $P = 3,0 \times 10 = 30 \text{ N}$. Par symétrie, les deux tensions sont égales. Projection sur la verticale : $2T \cos 60^\circ = P$, soit $2T \times \frac{1}{2} = 30$ et $T = 30 \text{ N}$. Chaque fil tire autant que si l'objet y pendait seul : c'est le cas particulier $\alpha = 60^\circ$ du cours.

F6 — Descendre à vitesse constante

Vitesse constante : équilibre. $P = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$; la pente a $\sin \alpha = 3/5 = 0,6$ et $\cos \alpha = 4/5 = 0,8$. Le long de la pente, la composante du poids $P \sin \alpha = 300 \text{ N}$ tire vers le bas; le bloc descend, donc le frottement est dirigé vers le haut de la pente et vaut 300 N. Perpendiculairement, $N = P \cos \alpha = 400 \text{ N}$.

F7 — Un moment à 30 degrés

Bras de levier : $d_{\perp} = 0,50 \times \sin 30^\circ = 0,25$ m. Moment : $M = 40 \times 0,25 = 10$ N·m. Si la force était perpendiculaire à la barre, le bras vaudrait 0,50 m et $M = 20$ N·m. Multiplier 40 N par 0,50 m sans tenir compte de l'angle donnerait le second résultat à tort.

F8 — Le levier

Équilibre des moments autour du point d'appui : $Q \times 0,50 = 200 \times 1,5 = 300$ N·m, donc $Q = 600$ N, ce qui correspond à une masse de 60 kg. Les deux forces sont dirigées vers le bas, de part et d'autre du pivot : la réaction du point d'appui vaut $200 + 600 = 800$ N, vers le haut.

F9 — Armoire ou coffre

L'armoire. Son centre de gravité est haut et sa base de sustentation étroite : il suffit d'une faible inclinaison pour que la verticale de G sorte de la base. Le coffre bas et large doit être incliné beaucoup plus avant d'atteindre cette limite. La masse ne joue pas dans ce critère.

Exercices d'apprentissage

E1 — La lampe et le ressort

1. Système : {lampe}. Référentiel terrestre. Forces extérieures : le poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, appliqué au centre de gravité, $P = 2,0 \times 10 = 20$ N ; la tension $\vec{T}$ du fil, le long du fil vers le plafond. Rien d'autre ne touche la lampe.

2. La lampe est immobile : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$, donc $T = P = 20$ N.

3. Le ressort remplace le fil et doit exercer la même force de 20 N : $F = k \Delta \ell$, donc $\Delta \ell = F/k = 20/200 = 0,10$ m, soit 10 cm.

4. La tension est exercée par le fil sur la lampe. Sa réciproque est la force exercée par la lampe sur le fil : même droite d'action, même valeur 20 N, dirigée vers le bas, appliquée au fil. C'est elle qui tend le fil, et le fil la transmet au plafond.

E2 — Le lustre et ses deux câbles

1. Système : {lustre}. Forces : le poids $\vec{P}$ ($P = 4,0 \times 10 = 40$ N) et les deux tensions $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$, le long des câbles vers le plafond. Équilibre : $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$. Projection sur l'horizontale : $-T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \alpha = 0$, donc $T_1 = T_2 = T$.

2. Projection sur la verticale : $T \cos \alpha + T \cos \alpha - P = 0$, soit $2T \cos \alpha = P$ et $T = \frac{P}{2 \cos \alpha}$.

3. Pour $\alpha = 30^\circ$: $T = 40/(2 \times \sqrt{3}/2) = 40/\sqrt{3} = 40\sqrt{3}/3 \simeq 23$ N. Pour $\alpha = 60^\circ$: $T = 40/(2 \times \frac{1}{2}) = 40$ N. Plus les câbles s'écartent de la verticale, plus ils tirent fort.

4. $T \leq 50$ N impose $\cos \alpha \geq P/(2 \times 50) = 40/100 = 0,40$. L'angle maximal vérifie $\cos \alpha_{\max} = 0,40$, soit $\alpha_{\max} = \arccos(0,40)$, environ 66° . Au-delà, un câble casse.

E3 — La caisse sur la rampe

1. $\sin \alpha = 3/5 = 0,6$ et $\cos \alpha = 4/5 = 0,8$ (triangle 3-4-5). Poids $P = 40 \times 10 = 400$ N. Composante le long de la rampe, vers le bas : $P \sin \alpha = 240$ N ; composante perpendiculaire, vers la rampe : $P \cos \alpha = 320$ N.

2. Les frottements sont négligés dans cette question. Forces : poids, force normale $\vec{N}$, tension $\vec{T}$ parallèle à la rampe vers le haut. Le long de la rampe : $T - 240 = 0$, donc $T = 240$ N. Perpendiculairement : $N - 320 = 0$, donc $N = 320$ N.
3. La caisse monte à vitesse constante : équilibre. Forces : poids, normale, poussée $F = 300$ N vers le haut de la rampe, frottement $\vec{f}$. La caisse glisse vers le haut, donc $\vec{f}$ est dirigé vers le bas de la rampe. Le long de la rampe : $300 - 240 - f = 0$, donc $f = 60$ N.
4. N vaut toujours 320 N (rien n'a changé perpendiculairement à la rampe). $\mu_c = f/N = 60/320 = 3/16 \simeq 0,19$.
5. Sans corde ni poussée, la composante 240 N du poids tend à faire glisser la caisse. Le frottement statique peut monter au plus jusqu'à $f_{s,\max} = \mu_s N = 0,25 \times 320 = 80$ N, bien inférieur à 240 N : il ne peut pas compenser. La caisse glisse.

E4 — Tirer de biais

1. Système : {caisse}. Forces : le poids $\vec{P}$ (200 N), la force normale $\vec{N}$ du sol (verticale vers le haut), la tension $\vec{T}$ de la corde (50 N, à 30° au-dessus de l'horizontale, vers l'avant) et le frottement $\vec{f}$ du sol, horizontal, opposé au mouvement.
2. Vitesse constante : $\sum \vec{F} = \vec{0}$. Horizontale : $T \cos 30^\circ - f = 0$, donc $f = 50 \times \sqrt{3}/2 = 25\sqrt{3} \simeq 43$ N. Verticale : $N + T \sin 30^\circ - P = 0$, donc $N = 200 - 50 \times \frac{1}{2} = 175$ N.
3. $\mu_c = f/N = 25\sqrt{3}/175 = \sqrt{3}/7 \simeq 0,25$.
4. La corde tire en partie vers le haut : sa composante verticale (25 N) soulage le sol, qui n'a plus à porter que 175 N. La force normale n'est égale au poids que si aucune autre force n'a de composante verticale.

E5 — La brouette

1. Système : {brouette et sable}. Forces : le poids de la charge (600 N, au centre de gravité de la charge), la force $\vec{F}$ des mains sur les poignées (verticale vers le haut) et la force $\vec{R}$ du sol sur la roue (verticale vers le haut, appliquée au point de contact avec le sol, juste sous l'axe). Le poids de la brouette est négligé.
2. Axe des moments à l'axe de la roue : la droite d'action de $\vec{R}$, verticale, passe par cet axe, donc $\vec{R}$ y a un moment nul. Le poids fait tourner la brouette dans un sens avec le moment $600 \times 0,40 = 240$ N·m ; les mains dans l'autre avec $F \times 1,20$. Équilibre : $1,20 F = 240$, donc $F = 200$ N. Le bras trois fois plus long divise l'effort par trois.
3. Somme des forces : $F + R - 600 = 0$, donc $R = 400$ N. Le sol porte les deux tiers de la charge, les mains un tiers.
4. Avec la charge à 0,80 m : $1,20 F = 600 \times 0,80 = 480$, donc $F = 400$ N. Plus la charge s'éloigne de la roue, plus la brouette est pénible : il faut charger près de la roue.

E6 — La barre articulée et le fil incliné

1. Système : {barre}. Forces : le poids de la barre $P_b = 1,5 \times 10 = 15$ N, appliqué en son milieu, à 0,60 m de O (barre homogène) ; la force du fil de la masse en B, égale au poids suspendu $P = 3,0 \times 10 = 30$ N ; la tension $\vec{T}$ du fil en A, verticale vers le haut ; la réaction $\vec{R}$ de l'articulation en O.
2. Axe en O : $\vec{R}$ disparaît. Les deux poids font tourner la barre vers le bas, la tension vers le haut : $T \times 1,2 = 15 \times 0,60 + 30 \times 0,40 = 9 + 12 = 21$, donc $T = 21/1,2 = 17,5$ N.

3. Somme des forces, toutes verticales : $R + T - 15 - 30 = 0$, donc $R = 45 - 17,5 = 27,5$ N, vers le haut.

4. Le fil fait 60° avec la verticale. Seule sa composante perpendiculaire à la barre, $T' \cos 60^\circ$, a un moment par rapport à O ; sa composante le long de la barre passe par O. L'équation des moments devient $T' \cos 60^\circ \times 1,2 = 21$, soit $T' \times \frac{1}{2} \times 1,2 = 21$ et $T' = 35$ N : le double. L'articulation exerce alors aussi une force horizontale, qui compense $T' \sin 60^\circ$.

QCM d'automatismes

A1 — Réponse B

La masse est une propriété de l'objet, en kilogrammes : elle ne dépend pas du lieu. Le poids $P = mg$ dépend de g , qui varie légèrement d'un lieu à l'autre de la Terre : environ $9,78 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ à l'équateur, $9,83 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ aux pôles, moins en altitude (cours, §1.2). Les propositions A et C attribuent à la masse une variation qu'elle n'a pas, en confondant masse et poids ; D nie la variation du poids, en prenant g pour une constante universelle alors que l'énoncé la donne seulement comme valeur arrondie.

A2 — Réponse C

Bilan sur le livre : poids 10 N vers le bas, appui 5,0 N vers le bas, force normale vers le haut. Immobile : $N = 10 + 5,0 = 15$ N. La force normale s'adapte aux autres forces ; elle n'est égale au poids (B) que si rien d'autre n'agit verticalement. A ne retient que l'appui de la main, ou soustrait l'appui au poids ($10 - 5,0$) comme si la main allégeait le livre ; D reprend l'idée fausse qu'un objet immobile ne subit pas de force de son support : la table pousse bien le livre vers le haut, sinon il s'enfoncerait.

A3 — Réponse B

Une paire d'actions réciproques relie deux corps et échange l'auteur et le receveur : la Terre attire le livre, donc le livre attire la Terre, avec une force de même valeur. A est le distracteur du concours (2020 août) : la force normale agit bien sur le livre et compense son poids, mais elle est exercée par la table, pas par la Terre, et ce n'est pas la même interaction. C concerne la table ; D est la réciproque de la force normale, pas celle du poids.

A4 — Réponse B

Vitesse constante, trajectoire rectiligne : la somme des forces est nulle. Le câble compense exactement le poids, $T = P$. Avec A ou C, la somme des forces ne serait pas nulle : d'après le principe d'inertie (chapitre 3, §5), la vitesse ne resterait pas constante. A vient de l'idée qu'il faut « plus de force » pour monter : c'est vrai au démarrage, quand la vitesse augmente, pas une fois la vitesse constante atteinte. C inverse le même raisonnement. D oublie que le câble porte l'ascenseur : sans lui, rien ne compenserait le poids.

A5 — Réponse C

Le bloc glisse : le frottement est cinétique et vaut $\mu_c N$, avec $N = P$ inchangée. Doubler la traction ne change donc pas le frottement ; la somme des forces n'est plus nulle et, d'après le principe d'inertie (chapitre 3, §5), le mouvement n'est plus rectiligne uniforme : la vitesse change, le bloc accélère. B décrit le frottement **statique** (tant que l'objet ne bouge pas, il s'ajuste à la force appliquée, c'est le sujet de 2019 juillet et la flash F2) ; D oublie que les forces ne se compensent plus ; A confond glissement et absence de frottement.

A6 — Réponse A

Force perpendiculaire : le bras de levier est la distance à l'axe, 0,40 m. $M = 20 \times 0,40 = 8,0 \text{ N}\cdot\text{m}$. La proposition B oublie de convertir les centimètres ; C divise au lieu de multiplier ; D multiplie par 4 m.

A7 — Réponse B

Si la droite d'action passe par l'axe, la distance de l'axe à cette droite est nulle : $d_{\perp} = 0$ et $M = 0$. La force tire ou pousse sur l'axe sans faire tourner, quelle que soit sa valeur ou son point d'application (ce qui écarte D). A confond avec une force perpendiculaire appliquée loin de l'axe, qui a le moment le plus grand ; C oublie le bras de levier et prend la valeur de la force pour son moment, qui n'a d'ailleurs pas la même unité (N et non N·m).

A8 — Réponse B

Par symétrie, le centre de gravité d'un anneau homogène est en son centre géométrique, là où il n'y a pas de matière. A et C reposent sur la même erreur : croire que le centre de gravité doit se trouver dans la matière. C'est un point de l'espace lié à l'objet, pas forcément un point de l'objet. D est faux aussi : il ne dépend pas de l'orientation de l'anneau.

A9 — Réponse A

C'est le résultat énoncé au §3.1 du cours : un ensemble lâché en chute libre n'est pas en équilibre, et la corde n'a rien à retenir. Les deux masses tombent avec la même accélération $\vec{g}$, que la corde soit là ou non : rien ne la tend, sa tension est nulle. La démonstration demande la deuxième loi de Newton, au chapitre Dynamique et gravitation. C'est la question de 2020 août (bloc et sphère pendue). B, C et D supposent que la masse du bas doit être « portée » : c'est vrai à l'équilibre, pas en chute libre, où la corde n'a rien à retenir.

A10 — Réponse C

Une barre qui peut tourner doit satisfaire les deux conditions d'équilibre : la somme vectorielle des forces est nulle et la somme des moments par rapport à l'axe est nulle. A empêcherait la translation sans empêcher une rotation ; B empêcherait la rotation sans empêcher une translation ; D n'est pas une condition d'équilibre.

QCM de niveau concours

C1 — Réponse C

Chaque câble fait l'angle $\beta/2$ avec la verticale. Par symétrie, les tensions sont égales ; projection sur la verticale : $2T \cos(\beta/2) = mg$, soit $T = \frac{600}{2 \cos(\beta/2)}$. La condition $T \leq 600 \text{ N}$ impose

$\cos(\beta/2) \geq \frac{1}{2}$, donc $\beta/2 \leq 60^\circ$ et $\beta \leq 120^\circ$. À 120° entre les câbles, chacun tire exactement 600 N, autant que s'il portait la lampe seul. A vient de l'erreur signalée sur la figure : écrire $\cos \beta \geq \frac{1}{2}$ au lieu de $\cos(\beta/2) \geq \frac{1}{2}$, donc prendre l'angle entre les câbles pour l'angle avec la verticale. B oublie le facteur 2 (un seul câble porterait tout le poids) : $T \cos(\beta/2) = 600$ avec $T \leq 600 \text{ N}$ impose $\cos(\beta/2) \geq 1$, donc $\beta = 0^\circ$. D oublie g et prend $P = 60 \text{ N}$: $\cos(\beta/2) \geq 0,05$, ce qui autoriserait des câbles presque horizontaux. Le sujet de 2024 posait la question dans l'autre sens, masse maximale pour un angle β donné entre les câbles, avec une réponse littérale de la forme $100 \cos(\beta/2)$ en kg.

C2 — Réponse A

$P = 30 \times 10 = 300 \text{ N}$; $\sin \alpha = 4/5 = 0,8$. Composante du poids le long de la rampe : $300 \times 0,8 = 240 \text{ N}$ vers le bas. La caisse monte à vitesse constante : $300 - 240 - f = 0$, donc $f = 60 \text{ N}$, vers le bas de la rampe. La proposition C est la composante du poids, D la poussée; B viendrait d'un calcul avec $\cos \alpha = 0,6$ ($300 - 180 = 120 \text{ N}$).

C3 — Réponse C

Bilan sur la bille : poids $1,0 \text{ N}$ et frottement de l'huile vers le haut; vitesse constante, donc frottement $= 1,0 \text{ N}$. Réciproque : la bille pousse l'huile vers le bas avec $1,0 \text{ N}$. Bilan sur {tube et huile} : poids $4,0 \text{ N}$, force de la bille $1,0 \text{ N}$, force normale de la balance; équilibre : $N = 5,0 \text{ N}$. La balance indique $5,0 \text{ N}$, comme si la bille était posée au fond. A oublie la bille, comme si elle ne touchait rien pendant sa chute; B ne retient que la force de la bille et oublie le poids du tube et de l'huile, alors que la balance les porte aussi; D se trompe de sens en appliquant la réciproque : le frottement sur la bille est vers le haut, la force de la bille sur l'huile est donc vers le bas et s'ajoute au poids.

C4 — Réponse B

Somme des forces nulle : $F_2 = F_1 + F_3$, ce qui élimine A et D (A serait vrai seulement pour un pivot au milieu). Moments par rapport à O : $F_1 d_1 = F_3 d_3$ avec $d_1 > d_3$ puisque O est plus près de l'extrémité droite; donc $F_1 < F_3$. La force appliquée loin du pivot est la plus petite, et la réaction du pivot est la plus grande des trois. C inverse la loi du levier : croire qu'un bras plus long exige une force plus grande, alors que c'est le produit $F d$ qui doit être le même des deux côtés.

C5 — Réponse B

Poids de la barre $2,0 \text{ N}$, appliqué en son milieu, c'est-à-dire au trou 5 (barre homogène, onze trous de 0 à 10); poids suspendu $4,0 \text{ N}$ au trou 5. Moments par rapport à l'articulation, en nombre de trous : $F \times 10 = 2,0 \times 5 + 4,0 \times 5 = 30$, donc $F = 3,0 \text{ N}$. La proposition A oublie le poids de la barre; C compte la barre comme la masse; D est le poids total.

C6 — Réponse C

Vitesse constante sur une trajectoire rectiligne : la somme des forces horizontales est nulle, donc le frottement compense exactement la traction, $f = 30 \text{ N}$. Le coefficient permettrait de retrouver la masse ($N = f/\mu_c = 75 \text{ N}$, soit $7,5 \text{ kg}$), mais il est inutile pour la question posée. A applique μ à la traction; B croit la masse nécessaire; D est la force normale, pas le frottement.

C7 — Réponse B

Bras de levier : $d_{\perp} = 0,40 \times \sin 30^\circ = 0,20 \text{ m}$. Moment : $30 \times 0,20 = 6,0 \text{ N}\cdot\text{m}$. A multiplie par la distance au point d'application sans l'angle; D utilise le cosinus; C applique le sinus deux fois, au bras **et** à la force ($30 \times \sin 30^\circ \times 0,40 \times \sin 30^\circ = 3,0 \text{ N}\cdot\text{m}$) : les deux calculs du cours, $F d_{\perp}$ et $F_{\perp} OA$, sont équivalents, il faut en choisir un seul.

C8 — Réponse A

La boîte bascule quand la verticale de son centre de gravité passe au-delà de l'arête d'appui. G est à 30 cm de l'arête horizontalement et à 90 cm de hauteur. La droite arête- G fait avec la verticale de la boîte un angle de tangente $30/90 = 1/3$; lorsque l'inclinaison θ dépasse cet angle, cette droite passe de l'autre côté de la verticale et le poids fait basculer la boîte. Condition : $\tan \theta > 1/3$, soit θ au-delà d'environ 18° . La proposition B inverse les dimensions; C confond sinus et tangente; D ignore les dimensions.

C9 — Réponse A

À vitesse constante, la somme des forces est nulle : chaque force dessinée appelle celle qui la compense. Le poids est compensé par la force normale de la route, la force motrice par la résistance de l'air et des frottements. B et C n'en compensent qu'une et laissent une résultante ; D invente une raison pour que la force motrice ne soit pas compensée, alors qu'une résultante non nulle ferait accélérer la voiture. C'est la question de 2022 août, posée avec un avion (portance et résistance de l'air).

C10 — Réponse B

Le bloc est immobile : le frottement est **statique** et s'ajuste à la force appliquée, $f = 60 \text{ N}$. Le maximum possible vaut $\mu_s N = 0,40 \times 200 = 80 \text{ N}$ (C), supérieur à 60 N , ce qui confirme que le bloc ne glisse pas ; $\mu_c N = 50 \text{ N}$ (A) ne vaudrait que si le bloc glissait. D est le poids. Les deux coefficients sont des distracteurs : c'est la question de 2018 (bloc de 10 kg tiré par 40 N , coefficients $0,5$ et $0,3$, réponse 40 N).

C11 — Réponse C

Le poids reste vertical. La force normale exercée par le plan est perpendiculaire à sa surface, et le frottement s'oppose au glissement : il est donc dirigé vers le haut de la pente. La vitesse est constante, mais le bloc subit bien ces trois forces ; leur somme vectorielle est nulle. A inverse le sens du frottement, B confond normale au plan et verticale, et D confond vitesse constante et absence de force.