

Ces corrigés accompagnent le chapitre **Cinématique et inertie**. Après lecture d'une solution, reprenez la question sans regarder le corrigé. Repérez si votre difficulté concernait la grandeur recherchée, la lecture du graphe, le signe, la relation choisie ou le calcul.

Vérifications flash

F1 — Un tour complet

Le départ et l'arrivée coïncident : le vecteur déplacement est nul. La distance parcourue est la longueur de la piste, strictement positive. On compare ici deux positions séparées par la durée d'un tour. Cette durée ne tend pas vers zéro : ce bilan ne calcule pas une dérivée et ne permet pas de conclure que la vitesse instantanée est nulle.

F2 — La pente de la tangente

Les deux points de la tangente permettent de calculer

$$v_x(4) = \frac{45 - 5}{7 - 2} = 8 \text{ m s}^{-1}.$$

Ils ne sont pas nécessairement sur la courbe $x(t)$: c'est la pente de la tangente en $t = 4$ s qui donne la vitesse à cette date.

F3 — Deux droites qui se coupent

Les deux droites passent par le nœud (4 s ; 8 m) : à 4 s, A et B occupent la même position. La pente de A vaut $12/6 = 2 \text{ m s}^{-1}$, celle de B $(9 - 6)/6 = 0,5 \text{ m s}^{-1}$: A va quatre fois plus vite, et comme les pentes sont constantes, les vitesses ne sont jamais égales. L'intersection est une rencontre, pas une égalité de vitesses ; B, parti devant, est rattrapé puis dépassé.

F4 — Deux signes négatifs

Le signe négatif de v_x indique un déplacement vers les coordonnées décroissantes. Comme $a_x < 0$, v_x devient encore plus négatif : sa valeur absolue augmente. Le mobile va donc de plus en plus vite. Une accélération négative n'est pas synonyme de ralentissement.

F5 — Décélérer puis accélérer

$v_x = 6 - 2t$ est une droite de pente -2 : $a_x = -2 \text{ m s}^{-2}$ à chaque instant. Jusqu'à 3 s, $v_x > 0$ et $a_x < 0$: la valeur de la vitesse diminue, le mobile décélère. Après 3 s, $v_x < 0$ et $a_x < 0$: la valeur de la vitesse augmente, le mobile accélère dans l'autre sens. L'accélération n'a pas changé de signe ; c'est la vitesse qui a traversé zéro. Un sujet du concours propose exactement ce raisonnement faux parmi ses distracteurs.

F6 — Du triangle à la position

Pour $v_x(t) = 2t$, le graphe va de $(0; 0)$ à $(3; 6)$. Le déplacement entre 0 et 3 s est l'aire sous cette droite : un triangle de base 3 s et de hauteur 6 m s^{-1} .

$$\Delta x = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \text{ m.}$$

Une primitive est $F(t) = t^2$: $F(3) - F(0) = 9 \text{ m}$ donne le même résultat. Il faut ensuite ajouter la position de départ : $x(3) = 5 + 9 = 14 \text{ m}$.

F7 — Le plus loin

De 0 à 2 s, rectangle $6 \times 2 = 12 \text{ m}$. De 2 à 4 s, triangle $6 \times 2/2 = 6 \text{ m}$: à 4 s, le mobile est en $x = 18 \text{ m}$, et c'est l'instant où v_x s'annule en changeant de signe. Il est alors le plus loin de O : ensuite il revient. De 4 à 6 s, l'aire vaut $-6 \times 2/2 = -6 \text{ m}$: à 6 s il est en $18 - 6 = 12 \text{ m}$, encore loin de O. Il ne repasse pas par O avant 6 s ; il faudrait que l'aire négative compense les 18 m.

F8 — Une vitesse de valeur constante

Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur vitesse est tangent au cercle. Sa direction change continuellement, même si sa norme reste constante. L'accélération est donc non nulle : elle est dirigée vers le centre et sa norme vaut v^2/r .

F9 — Des forces qui se compensent

Le principe d'inertie relie le mouvement rectiligne uniforme du centre de masse à une **somme vectorielle nulle** des forces extérieures, dans un référentiel galiléen. Il n'impose pas leur absence. Sur une table horizontale sans frottement, le poids d'un palet et la réaction normale de la table peuvent ainsi se compenser.

Exercices d'apprentissage

E1 — Un aller-retour sur un axe

1. En dérivant les expressions données, on obtient

$$v_x(t) = 6 - 2t \quad \text{et} \quad a_x(t) = -2,$$

respectivement en m s^{-1} et m s^{-2} .

2. $v_x = 0$ pour $t = 3 \text{ s}$. La vitesse est positive avant cette date, négative après : le mobile change bien de sens. Il atteint $x(3) = 2 + 18 - 9 = 11 \text{ m}$.

3. Les positions aux extrémités sont $x(0) = 2 \text{ m}$ et $x(5) = 7 \text{ m}$. Le déplacement vaut $7 - 2 = 5 \text{ m}$. Pour la distance, il faut compter l'aller de 2 à 11 m, puis le retour de 11 à 7 m :

$$d = (11 - 2) + (11 - 7) = 9 + 4 = 13 \text{ m.}$$

4. La vitesse moyenne algébrique vaut $5/5 = 1 \text{ m s}^{-1}$. La vitesse moyenne au sens courant vaut $13/5 = 2,6 \text{ m s}^{-1}$. Le trajet de retour retranche du déplacement mais ajoute de la distance.

E2 — Lire trois graphes de vitesse

1. Les accélérations sont les pentes des trois droites, lues entre deux nœuds de la grille. Pour (a), $a_x = 0$: mouvement rectiligne uniforme à 2 m s^{-1} . Pour (b), $a_x = 4/5 = 0,80 \text{ m s}^{-2}$: l'accélération est constante et la vitesse en valeur augmente à partir du repos. Pour (c), $a_x = -1 \text{ m s}^{-2}$: l'accélération est constante ; le mobile ralentit jusqu'à 3 s, puis repart dans l'autre sens avec une vitesse en valeur croissante. Les mouvements (b) et (c) sont rectilignes uniformément variés ; « accélération constante » ne veut pas dire « vitesse en valeur toujours croissante ».

2. Le mobile (c) n'est immobile qu'à l'instant $t = 3 \text{ s}$. Juste après, $3 - t < 0$: il se déplace vers les coordonnées décroissantes. Son accélération reste non nulle.

3. Dans le référentiel supposé galiléen, seul (a) a un vecteur vitesse constant sur tout l'intervalle. Les forces extérieures qui s'exercent sur lui se compensent : il est pseudo-isolé. Une vitesse nulle à un seul instant ne suffit pas pour conclure à une compensation des forces.

4. La droite (c) passe par $(0; 3)$, $(3; 0)$ et $(5; -2)$. Le triangle au-dessus de l'axe des temps a pour aire $3 \times 3/2 = 4,5 \text{ m}$; celui situé en dessous a une aire algébrique $-2 \times 2/2 = -2 \text{ m}$. On obtient

$$\Delta x = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ m}, \quad d = 4,5 + 2 = 6,5 \text{ m}.$$

E3 — De la vitesse à la position

1. Une primitive de $4 - 2t$ est $F(t) = 4t - t^2$, car $F'(t) = 4 - 2t$. Cette primitive n'est pas encore la position du chariot.

2. Entre 1 et 5 s, le déplacement vaut

$$F(5) - F(1) = (20 - 25) - (4 - 1) = -5 - 3 = -8 \text{ m}.$$

La position finale est $x(5) = 7 - 8 = -1 \text{ m}$. La fonction position peut aussi s'écrire $x(t) = 4t - t^2 + 4$: elle vérifie bien $x(1) = 7$.

3. $v_x(t) = 0$ à $t = 2 \text{ s}$. Elle passe du signe positif au signe négatif ; le chariot change donc de sens à la position $x(2) = 8 - 4 + 4 = 8 \text{ m}$.

E4 — Le palet de curling

1. Les espacements diminuent pendant des durées égales : la valeur de la vitesse diminue. Le mouvement est rectiligne ralenti. Le vecteur accélération est porté par la trajectoire et orienté en sens opposé au vecteur vitesse.

2. Le palet n'est pas pseudo-isolé : son vecteur vitesse varie, donc le mouvement n'est pas rectiligne uniforme. Cette conclusion utilise la réciproque du principe d'inertie, sans identifier les actions qui causent le ralentissement.

3. Des positions régulièrement espacées sur une droite correspondent à un mouvement rectiligne uniforme. Dans un référentiel galiléen, le second palet est donc pseudo-isolé.

4. En mouvement circulaire uniforme, la valeur de la vitesse est constante mais sa direction change. Le vecteur vitesse varie : le palet n'est donc pas pseudo-isolé dans ce référentiel.

E5 — Le manège

1. La fréquence vaut $f = 1/T = 0,25 \text{ Hz}$. Un tour mesure $2\pi r = 10\pi \text{ m}$, parcourus en 4 s :

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{5\pi}{2} \text{ m s}^{-1} \simeq 7,85 \text{ m s}^{-1}.$$

2. L'accélération est radiale, dirigée vers le centre du cercle :

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{5\pi^2}{4} \text{ m s}^{-2} \simeq 12,3 \text{ m s}^{-2}.$$

E6 — Se rencontrer et avoir la même vitesse

1. La dérivation donne $v_{x,A} = 2 \text{ m s}^{-1}$ et $v_{x,B}(t) = t$, en unités SI.
2. Les vitesses sont égales à $t = 2 \text{ s}$. À cette date, $x_A(2) = 4 \text{ m}$ et $x_B(2) = 2 \text{ m}$: les mobiles ne se rencontrent pas. A est encore 2 m devant B dans le sens des x croissants.
3. Une rencontre exige $2t = t^2/2$, soit $t(t - 4) = 0$. La solution $t = 0$ correspond au départ commun. La rencontre suivante a lieu à $t = 4 \text{ s}$, à $x_A(4) = x_B(4) = 8 \text{ m}$.
4. À cet instant, $v_{x,A} = 2 \text{ m s}^{-1}$ et $v_{x,B} = 4 \text{ m s}^{-1}$. B rattrape puis dépasse A. On peut le confirmer par $x_B - x_A = t(t - 4)/2$, négatif avant 4 s et positif après.

E7 — Lire un graphe à trois phases

1. Les accélérations sont les pentes : de 0 à 4 s, $8/4 = 2 \text{ m s}^{-2}$; de 4 à 10 s, 0; de 10 à 16 s, $(-4 - 8)/6 = -2 \text{ m s}^{-2}$. Cette dernière phase est une décélération jusqu'à 14 s, puis une accélération dans l'autre sens : la pente ne change pas.
2. Jusqu'à 14 s, la vitesse reste positive. Aires : triangle $4 \times 8/2 = 16 \text{ m}$, rectangle $6 \times 8 = 48 \text{ m}$, triangle $4 \times 8/2 = 16 \text{ m}$ entre 10 et 14 s. Distance : 80 m.
3. Entre 14 et 16 s, la vitesse est négative : triangle d'aire algébrique $-2 \times 4/2 = -4 \text{ m}$. Distance totale parcourue : $80 + 4 = 84 \text{ m}$; déplacement : $80 - 4 = 76 \text{ m}$. C'est la distinction que les corrigés du concours soulignent.
4. Le mobile s'éloigne tant que $v_x > 0$, c'est-à-dire jusqu'à $t = 14 \text{ s}$, où il est en $x = 80 \text{ m}$: c'est l'instant le plus éloigné, pas le dernier. Pour repasser par O, il faudrait une aire négative de 80 m; elle ne vaut que 4 m à 16 s. Il ne repasse pas par O.

QCM d'automatismes

A1 — Réponse C

$\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{initial}} = 5 - (-3) = 8 \text{ m}$. La proposition A inverse l'ordre de la soustraction; B additionne les coordonnées au lieu de calculer leur différence.

A2 — Réponse B

$90 \text{ km h}^{-1} = 90 \times 1000/3600 = 25 \text{ m s}^{-1}$. Il faut diviser par 3,6; multiplier par 3,6 conduit à D.

A3 — Réponse D

$v_x(t) = x'(t) = -2 + 2t$, donc $v_x(2) = 2 \text{ m s}^{-1}$. Le terme constant 3 disparaît; le terme $-2t$ contribue pour -2 . C oublie cette dernière contribution.

A4 — Réponse A

$v_x < 0$ indique le sens des x décroissants. L'accélération positive fait augmenter v_x vers zéro : sa valeur absolue diminue. Le signe de la position ne se déduit pas de ceux de v_x et a_x .

A5 — Réponse C

Par définition, $a_x = dv_x/dt$. La pente sur $v_x(t)$ donne donc l'accélération. Le déplacement se lit par une aire sur un intervalle, pas par une pente.

A6 — Réponse B

$\Delta x = v_x \Delta t = -3 \times 4 = -12$ m. Le rectangle se trouve sous l'axe des temps. A donne ici la distance parcourue, 12 m.

A7 — Réponse B

Tant que $v_x > 0$, le mobile s'éloigne ; dès que $v_x < 0$, il revient. La distance à l'observateur est donc maximale à l'instant où la vitesse s'annule en changeant de signe, $t = 6$ s. A est au milieu de la phase d'éloignement ; C et D sont pendant le retour, où le mobile se rapproche. C'est la question posée en 2020 et reposée à l'identique en 2025.

A8 — Réponse C

Le principe d'inertie impose une somme vectorielle nulle des forces extérieures. Il ne dit ni qu'elles sont absentes ni que chaque force est constante. Une force résultante dans le sens de la vitesse modifierait le mouvement.

A9 — Réponse C

La vitesse dépend du référentiel choisi. La passagère ne change pas de position dans le référentiel du train : sa vitesse y est nulle. Par rapport au sol, elle se déplace avec le train, à 90 km h^{-1} vers le nord. A oublie le mouvement du train ; B lui attribue une vitesse dans le train ; D inverse le sens du mouvement.

QCM de niveau concours**C1 — Réponse A**

Entre 0 et 2 s, le rectangle a pour aire $2 \times 3 = 6$ m. De 2 à 4 s, le triangle positif a pour aire $2 \times 3/2 = 3$ m. De 4 à 6 s, le triangle négatif a pour aire algébrique $-2 \times 3/2 = -3$ m. Le déplacement vaut $6 + 3 - 3 = 6$ m ; la distance vaut $6 + 3 + 3 = 12$ m. B traite toutes les aires comme positives pour les deux grandeurs ; D oublie le retour dans le calcul de la distance.

C2 — Réponse D

On impose l'égalité des positions : $4t = 15 + t$, soit $t = 5$ s. En remplaçant dans l'une ou l'autre expression, $x = 20$ m. La proposition B donne la bonne date, mais confond la position de rencontre avec la position initiale de B.

C3 — Réponse D

$v_x(t) = -6 + 2t$ s'annule en 3 s et y change de signe. Le mobile va de $x(0) = 9$ m à $x(3) = 0$ m, puis à $x(4) = 1$ m. La distance vaut $9 + 1 = 10$ m. Le déplacement est $1 - 9 = -8$ m ; sa valeur absolue, 8 m, ne tient pas compte de l'aller-retour.

C4 — Réponse B

La pente de $x(t)$ est forte au départ et diminue régulièrement jusqu'à s'annuler à 6 s : la vitesse décroît linéairement de 4 à 0 m s^{-1} , et l'accélération, pente de v , est constante et négative. Le graphe a correspondrait à une pente de $x(t)$ qui augmente ; c, à une droite $x(t)$; d, à une accélération qui change, donc à une courbe $x(t)$ dont la concavité se modifie.

C5 — Réponse C

Une primitive de $3t^2$ est $F(t) = t^3$. Le déplacement entre 1 et 2 s vaut $F(2) - F(1) = 8 - 1 = 7 \text{ m}$. La position finale vaut $4 + 7 = 11 \text{ m}$. A donne seulement le déplacement ; B utilise une primitive sans ajuster sa constante ; D oublie de retrancher $F(1)$.

C6 — Réponse B

Sur chaque tangente, on choisit deux points situés sur des intersections de la grille : (1 s ; 2 m) et (3 s ; 10 m) pour P , (4 s ; 16 m) et (6 s ; 12 m) pour Q . Les pentes donnent $v_x(P) = (10 - 2)/(3 - 1) = 4 \text{ m s}^{-1}$ et $v_x(Q) = (12 - 16)/(6 - 4) = -2 \text{ m s}^{-1}$. Les sens sont opposés et $|v_x(P)| = 2|v_x(Q)|$. Des positions positives n'impliquent pas une vitesse positive.

C7 — Réponse B

Pente de A : $(14 - 2)/6 = 2 \text{ m s}^{-1}$; pente de B : $(11 - 8)/6 = 0,5 \text{ m s}^{-1}$. A va quatre fois plus vite. Les droites se coupent en (4 s ; 10 m) : même position à 4 s, A dépasse B. La proposition A confond intersection et égalité des vitesses ; C confond être devant et aller vite ; D confond position croissante et accélération, alors que deux droites sont deux mouvements uniformes.

C8 — Réponse B

$v_{x,A} = 2t$ et $v_{x,B} = 4$, donc les vitesses sont égales à 2 s. À cette date, $x_A = 4 \text{ m}$ et $x_B = 11 \text{ m}$: B est 7 m devant A. L'égalité des vitesses porte sur les dérivées, pas sur les positions.

C9 — Réponse D

Avant le rebond, la balle tombe : avec l'axe vers le bas, v est positive et croît de g par seconde, segment croissant. Au contact du sol, la vitesse change de sens en un temps très court : saut de v vers une valeur négative. Puis la balle remonte en ralentissant : v négative qui croît vers zéro, puis redevient positive quand la balle retombe ; la pente est la même, g . Le graphe a ignore le saut ; b inverse la pente après le rebond ; c décrit des vitesses constantes, sans pesanteur.

C10 — Réponse B

Au sommet, la tangente à la courbe $x(t)$ est horizontale : la vitesse est donc nulle. Avant 2 s, la pente est positive ; après 2 s, elle est négative : le mobile change de sens. La courbe est concave vers le bas, donc l'accélération est négative, et non nulle ou positive. A confond vitesse nulle et accélération nulle ; C lit une position maximale à la place d'une vitesse maximale.