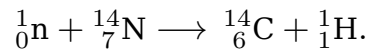


Exercices

Corrigé de l'exercice 1 — La datation du drakkar

1. Conservation de A : $1 + 14 = 14 + 1$; conservation de Z : $0 + 7 = 6 + 1$. D'où



Les deux lois de conservation sont vérifiées.

2. Émission β^- : ${}^{14}_6\text{C} \longrightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1}\text{e}$ (contrôle : $14 = 14 + 0$; $6 = 7 - 1$). Le carbone 14 redonne l'azote dont il est issu.
3. De son vivant, un organisme échange en permanence du carbone avec l'atmosphère (photosynthèse, alimentation, respiration) : le carbone 14 qui s'y désintègre est remplacé, et sa proportion — donc l'activité par gramme de carbone — reste constante. À la mort, les échanges cessent : le carbone 14 n'est plus renouvelé et sa population décroît selon la loi de décroissance.
4. On retrouve d'abord la relation demandée :

$$N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \iff \lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.$$

Puis, de $A = A_0 e^{-\lambda t}$:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{A_0}{A} = \frac{5730}{0,693} \times \ln \frac{13,6}{12,0} = 1,0 \times 10^3 \text{ ans.}$$

5. Un âge d'environ mille ans place l'abattage du bois vers l'an 1000 : en plein dans la période viking — le résultat est compatible avec l'attribution archéologique.

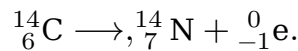
Corrigé de l'exercice 2 — Traiter un cancer thyroïdien à l'iode 131

1. $Z = 53$ protons, et $A - Z = 131 - 53 = 78$ neutrons.
2. ${}^{131}_{53}\text{I} \longrightarrow {}^{131}_{54}\text{Xe} + {}^0_{-1}\text{e}$ (contrôle : $131 = 131 + 0$; $53 = 54 - 1$).
3. $N_0 = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1,00 \times 10^{-6}}{131} \times 6,02 \times 10^{23} = 4,60 \times 10^{15}$ noyaux.
4. La relation étant fournie, $t_{1/2} = 8,0 \times 24 \times 3600 = 6,9 \times 10^5 \text{ s}$, d'où $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{6,9 \times 10^5} = 1,0 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$.
5. $A_0 = \lambda \cdot N_0 = 1,0 \times 10^{-6} \times 4,60 \times 10^{15} = 4,6 \times 10^9 \text{ Bq} = 4,6 \text{ GBq}$. C'est environ un million de fois l'activité naturelle du corps (7 kBq). Cet ordre de grandeur est celui d'une activité **thérapeutique**, destinée à détruire les cellules qui ont concentré l'iode ; il justifie l'administration dans un service spécialisé et les consignes de radioprotection données au patient.

- La courbe part de N_0 et passe par $N_0/2$ à 8 jours, $N_0/4$ à 16 jours, $N_0/8$ à 24 jours, $N_0/16$ à 32 jours... Au bout de 24 jours, soit $3 t_{1/2}$, il reste $\frac{1}{2^3} = 12,5\%$ de la dose.
- L'activité doit être forte pendant le traitement, puis décroître au plus vite : avec $t_{1/2} = 8,0$ j, il reste $12,5\%$ au bout de trois semaines, et moins de $0,1\%$ au bout de trois mois. Une demi-vie de plusieurs années maintiendrait une source active dans l'organisme pendant des décennies, pour aucun bénéfice médical.

Corrigé de l'exercice 3 — Lire un diagramme (N,Z)

- Les quatre points sont sur la même ligne horizontale : ils ont le même numéro atomique $Z = 6$, donc appartiennent tous à l'élément carbone. Leur nombre de neutrons, donc leur nombre de masse $A = N + Z$, diffère.
- Les quatre cercles colorés sont hors de la vallée matérialisée par les disques noirs : C-10, C-11, C-14 et C-15 sont radioactifs.
- C-10 et C-11 sont à gauche de la vallée : à Z fixé, ils ont trop peu de neutrons, donc un excès de protons ; une émission β^+ les rapproche de la vallée. C-14 et C-15 sont à droite : ils ont un excès de neutrons ; une émission β^- les rapproche de la vallée.
-



Contrôles : $14 = 14 + 0$ et $6 = 7 - 1$.

Corrigé de l'exercice 4 — Exploiter une courbe de décroissance

- À $t = 0$, la courbe donne $A_0 = 800$ Bq.
- La moitié vaut $A_0/2 = 400$ Bq. L'horizontale de niveau 400 Bq rencontre la courbe à $t = 4,0$ jours : $t_{1/2} = 4,0$ jours.
- À $2t_{1/2} = 8,0$ jours, la courbe donne $A = 200$ Bq $= A_0/4$: la lecture est cohérente.
- À $3t_{1/2}$, il reste $A_0/8$, donc $A = 800/8 = 100$ Bq.
- La relation étant fournie :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{4,0} = 0,17 \text{ jour}^{-1}.$$

En gardant la valeur non arrondie dans l'exponentielle :

$$A(t) = 800 e^{-0,173t},$$

avec A en becquerels et t en jours.

Corrigé de l'exercice 5 — Mesurer une faible activité et évaluer l'incertitude

- $u(\bar{n})$ traduit la dispersion des huit comptages répétés avec la source. $u(n_f)$ provient de la mesure séparée du bruit de fond : ce dernier produit des coups même en l'absence de source.

2.

$$u(\bar{n}) = \frac{s}{\sqrt{N}} = \frac{4,98}{\sqrt{8}} = 1,76 \text{ coup.}$$

3. L'activité corrigée du bruit de fond vaut

$$A = \frac{\bar{n} - n_f}{\Delta t} = \frac{250,75 - 30,0}{20,0} = 11,0375 \text{ Bq.}$$

Son incertitude-type est

$$u(A) = \frac{\sqrt{1,76^2 + 1,5^2}}{20,0} = 0,116 \text{ Bq.}$$

On arrondit l'incertitude par excès à un chiffre significatif, puis la valeur au même rang :

$$A = (11,0 \pm 0,2) \text{ Bq.}$$

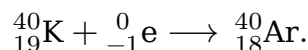
4. Le calcul de l'écart normalisé se mène avec les valeurs non arrondies :

$$z = \frac{|11,0375 - 11,30|}{\sqrt{0,116^2 + 0,10^2}} = 1,7.$$

Comme $z \leq 2$, la mesure et la valeur de référence sont compatibles.

Corrigé de l'exercice 6 — L'âge d'une roche (approfondissement)

1. Conservation de A : $40 + 0 = 40$; conservation de Z : $19 - 1 = 18$. D'où



L'argon produit est bien l'argon 40 ($Z = 18$).

2. Une roche qui vient de se solidifier ne contient pas d'argon : $N_{\text{Ar}}/N_{\text{K}} = 0$, et la formule donne $t = 0$. Ensuite, chaque désintégration retire un noyau de potassium et ajoute un noyau d'argon piégé : le numérateur croît, le dénominateur décroît — le rapport augmente continûment avec l'âge, c'est bien une horloge.
3. La relation étant admise comme une approximation dans cette situation :

$$t \simeq \frac{1}{5,81 \times 10^{-11}} \ln(1 + 1,66 \times 10^{-4}) = 2,9 \times 10^6 \text{ ans.}$$

La couche de cendres a environ 2,9 millions d'années — l'âge des plus anciens fossiles du genre humain.

4. Trois millions d'années représentent plus de 500 demi-vies du carbone 14 : il n'en resterait strictement rien de mesurable. La datation exige une demi-vie du même ordre que l'âge visé — ici, celle du potassium 40 ($1,25 \times 10^9$ ans) convient. (*Accessoirement, la méthode date la roche, pas un organisme : le carbone 14 ne date que la matière vivante.*)

Corrigé — Question de réflexion — La feuille de papier et le radon

Le papier — ou quelques centimètres d'air — protège d'une source α **extérieure** au corps : les particules sont arrêtées avant d'atteindre la peau, dont la couche superficielle suffit d'ailleurs à les bloquer. Mais le radon est un **gaz** : il se respire. Une fois la source **à l'intérieur** des poumons, il n'y a plus d'écran — les particules α sont émises au contact direct des tissus. Et leur défaut devient leur danger : parce qu'elles interagissent très fortement avec la matière (c'est pour cela qu'un papier les arrête), elles déposent toute leur énergie dans quelques dizaines de micromètres de tissu vivant, avec un pouvoir ionisant maximal. Le paradoxe se dissout donc en distinguant deux situations : l'**irradiation externe**, contre laquelle les α sont le rayonnement le plus facile à arrêter, et la **contamination interne**, où ils deviennent les plus nocifs. D'où la règle du §7.3 — empêcher la source d'entrer dans l'organisme — et, pour le radon, une parade sans plomb ni béton : **ventiler**.

Corrigé — Problème de Fermi — Une épreuve nationale

L'ouverture donne environ 7 000 Bq par corps, soit, à la puissance de dix la plus proche,

$$A_{\text{corps}} \sim 10^4 \text{ désintégrations par seconde.}$$

Une génération en France compte de l'ordre d'un million de personnes ; on prend donc

$$N_{\text{candidats}} \sim 10^6.$$

Trois heures représentent $3 \times 3\,600 \simeq 10^4$ s. Le nombre total de désintégrations est alors

$$n \sim A_{\text{corps}} \cdot N_{\text{candidats}} \cdot \Delta t \sim 10^4 \times 10^6 \times 10^4 \sim \boxed{10^{14} \text{ désintégrations}}.$$

Avec 700 000 candidats et 7 000 Bq, le calcul plus précis donne environ 5×10^{13} désintégrations : l'ordre de grandeur 10^{14} est bien retrouvé. Ce nombre immense illustre l'idée centrale du chapitre : à l'échelle d'une population, le hasard de chaque désintégration produit une évolution remarquablement régulière.

Programmation Python

1. `proba = lam` — pour le pas de 1 s et la petite valeur $\lambda = 0,01 \text{ s}^{-1}$, la probabilité de désintégration est approximativement $\lambda \cdot \Delta t = 0,01$. La condition est ensuite `if random.random() <= proba:`.
2. Non : deux exécutions produisent deux courbes **différentes** — le hasard des tirages n'est pas le même — mais toutes deux restent très proches de la loi $N_0 e^{-\lambda t}$, car les fluctuations relatives sont faibles pour $N_0 = 2\,000$. Avec $N_0 = 20$, les courbes deviennent heurtées et très variables d'une exécution à l'autre : c'est la loi des grands nombres du §6.1 — le hasard, invisible en masse, redevient visible aux petits nombres.
3. La moitié des noyaux (1 000) est atteinte vers $t \simeq 70$ s, à quelques secondes près selon l'exécution ; la théorie donne $t_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / 0,01 = 69$ s. La demi-vie « mesurée » sur la simulation retrouve la demi-vie théorique — le hasard microscopique redonne bien la loi macroscopique.