

E.C.E.

1. Sections : $S_1 = \pi d_1^2/4 = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$; $S_2 = S_1/4 = 7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$. Avec $D_V = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$: $v_1 = D_V/S_1 = 0,32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v_2 = D_V/S_2 = 4 v_1 = 1,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. Conduite horizontale, même ligne de courant : $P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$, d'où $\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (1,27^2 - 0,32^2) = 7,6 \times 10^2 \text{ Pa}$. Chaque piézomètre mesure sa pression par $P = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot h$, donc $\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} = \frac{760}{1000 \times 9,81} = 7,7 \text{ cm}$.
3. Mesuré : $\Delta h_{\text{mes}} = 32,0 - 23,6 = 8,4 \text{ cm}$. La formule fournie donne

$$u(\Delta h_{\text{mes}}) = \sqrt{0,1^2 + 0,1^2} = 0,141 \text{ cm}.$$

Arrondie à un chiffre significatif par excès, puis avec la valeur au même rang :

$$\Delta h_{\text{mes}} = (8,4 \pm 0,2) \text{ cm}.$$

Avec la valeur prévue non arrondie $\Delta h_{\text{réf}} = 7,75 \text{ cm}$, l'écart normalisé vaut

$$z = \frac{|8,4 - 7,75|}{0,141} = 4,6 > 2.$$

La mesure n'est donc **pas compatible** avec le modèle du fluide parfait au regard de la seule incertitude de lecture. La relation de Bernoulli prévoit néanmoins correctement le sens et l'ordre de grandeur ; l'écart significatif appelle l'étude de l'hypothèse négligée à la question 4.

4. L'hypothèse « **sans viscosité** » du fluide parfait. L'eau réelle frotte sur les parois : de l'énergie se dissipe le long du tube, la pression chute donc un peu **plus** que ne le prévoit Bernoulli (Δh mesuré $>$ prévu — le signe de l'écart est cohérent), et en aval du col elle ne remonte pas tout à fait à sa valeur initiale. L'écart mesuré/prévu n'est pas un échec de la manipulation : c'est la **trace mesurable de ce que le modèle néglige** — exactement ce qu'une E.C.E. demande de discuter (fiche **O4**).

Exercices

Corrigé de l'exercice 1 — Tester la poussée d'Archimède

1. Trois forces : le poids $\vec{P}$ (vers le bas), la poussée $\vec{\Pi}$ (vers le haut), la tension $\vec{T}$ du fil (vers le haut). À l'équilibre, en projection verticale : $T + \Pi - P = 0$, d'où $T = P - \Pi$ — le dynamomètre indique le poids **diminué** de la poussée (le « poids apparent »).

2. $\Pi = P - T = 1,47 - 0,96 = 0,51 \text{ N}$.
3. $\Pi = \rho_{\text{eau}} \cdot V \cdot g$, d'où $V = \frac{\Pi}{\rho_{\text{eau}} g} = \frac{0,51}{1000 \times 9,81} = 5,2 \times 10^{-5} \text{ m}^3 = 52 \text{ cm}^3$.
4. $m = \frac{P}{g} = \frac{1,47}{9,81} = 0,150 \text{ kg}$, d'où $\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,150}{5,2 \times 10^{-5}} = 2,9 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$: une roche granitique (l'aluminium est proche, mais un caillou est plus probable qu'un lingot).
5. Tester, c'est confronter l'expression à une **variation** : par exemple n'immerger le solide qu'à **moitié** — l'expression prévoit une poussée moitié ($T = 1,47 - 0,26 = 1,21 \text{ N}$) — ou remplacer l'eau par de l'eau **salée** de masse volumique connue et vérifier que Π croît comme ρ_{fl} . Si les valeurs lues suivent la prévision, l'expression est testée, pas seulement utilisée.

Corrigé de l'exercice 2 — La montgolfière

1. Pour n moles, $PV = nRT$ (ch. 17) et $m = nM$, donc $\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = \frac{PM}{RT}$.
Air extérieur : $\rho_{\text{ext}} = \frac{1,013 \times 10^5 \times 28,8 \times 10^{-3}}{8,31 \times 293} = 1,20 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
2. La montgolfière décolle si la poussée d'Archimède de l'air extérieur sur l'enveloppe dépasse le poids **total** — structure **et** air chaud embarqué : $\rho_{\text{ext}} \cdot V \cdot g \geq (m + \rho_{\text{int}} \cdot V) \cdot g$, d'où $\rho_{\text{int}} \leq \rho_{\text{ext}} - \frac{m}{V} = 1,20 - \frac{400}{2000} = 1,00 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
3. À pression P_0 (l'enveloppe est ouverte), $\rho_{\text{int}} = \frac{P_0 M}{RT_{\text{int}}}$: chauffer **dilue** l'air, qui s'échappe par l'ouverture, et ρ baisse. Il faut $T_{\text{int}} \geq \frac{P_0 M}{R \rho_{\text{int}}} = \frac{1,013 \times 10^5 \times 28,8 \times 10^{-3}}{8,31 \times 1,00} = 352 \text{ K} = 79 \text{ °C}$. (*Ordre de grandeur réaliste : l'air d'une montgolfière vole entre 80 et 110 °C.*)
4. L'air de l'enveloppe se refroidit sans cesse au contact de l'air extérieur (transfert thermique du chaud vers le froid, ch. 17) : sa masse volumique remonte, la poussée faiblit. Le brûleur compense — c'est un vol à entretien permanent.

Corrigé de l'exercice 3 — La trompe à eau

1. $S_1 = \pi d_1^2/4 = 5,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, d'où $v_1 = \frac{D_V}{S_1} = \frac{1,0 \times 10^{-4}}{5,0 \times 10^{-5}} = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Le diamètre est divisé par 2, la section par 4 : $v_2 = 4v_1 = 8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
2. Bernoulli entre le corps et le col (même ligne de courant, altitude quasi constante) : $\Delta P = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (8,0^2 - 2,0^2) = 3,0 \times 10^4 \text{ Pa} = 0,30 \text{ bar}$.
3. Au col, la pression vaut donc environ $P_{\text{atm}} - 0,30 \text{ bar} \approx 0,71 \text{ bar}$: elle est **inférieure** à la pression du récipient ($\approx P_{\text{atm}}$). L'air du récipient est poussé vers la zone de basse pression — il est « aspiré » par la tubulure, entraîné par le jet, et

évacué vers l'évier. C'est l'effet Venturi au service de la filtration Büchner : le renvoi de la fiche **O7** trouve ici son explication.

Corrigé de l'exercice 4 — Le tube de Pitot

1. Au point d'arrêt, l'air s'immobilise contre le nez du tube : $v = 0$. À hauteur de la prise latérale, l'écoulement n'est pas ralenti : l'air y défile à la vitesse v de l'écoulement (celle de l'avion par rapport à l'air).
2. Bernoulli le long de la ligne de courant horizontale (z constant) entre un point amont — vitesse v , pression P_{stat} — et le point d'arrêt — vitesse nulle, pression $P_{\text{arrêt}}$:

$$P_{\text{stat}} + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = P_{\text{arrêt}} \quad \Rightarrow \quad P_{\text{arrêt}} - P_{\text{stat}} = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2,$$

d'où $v = \sqrt{\frac{2(P_{\text{arrêt}} - P_{\text{stat}})}{\rho}}$. Toute l'énergie cinétique volumique s'est convertie

en pression au point d'arrêt : le manomètre mesure $\frac{1}{2} \rho \cdot v^2$.

3. $v = \sqrt{\frac{2 \times 3,0 \times 10^4}{1,2}} = 2,2 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \simeq 800 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ — la vitesse de croisière d'un avion de ligne.

Corrigé de l'exercice 5 — La vidange d'un réservoir (formule de Torricelli)

1. A est à la surface libre, B dans le jet à la sortie : tous deux sont **au contact de l'atmosphère**, donc $P_A = P_B = P_{\text{atm}}$. Et la conservation du débit impose $S_A v_A = S_B v_B$: la surface du réservoir étant immensément plus grande que l'orifice ($S_A \gg S_B$), on a $v_A = v_B S_B / S_A \approx 0$ — la surface descend, mais infiniment plus lentement que le jet ne sort.
2. Bernoulli entre A (altitude h , $v_A \approx 0$) et B (altitude 0) : $\rho \cdot g \cdot h + P_{\text{atm}} = \frac{1}{2} \rho \cdot v_B^2 + P_{\text{atm}}$, d'où

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2,0} = 6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

C'est exactement la vitesse d'une **chute libre** de hauteur h (ch. 16 : $v = \sqrt{2gh}$) : tout se passe comme si chaque goutte « tombait » de la surface à l'orifice — l'énergie de position s'est changée en énergie cinétique, sans perte.

3. $D_V = S v_B = \pi \frac{d^2}{4} v_B = \pi \times \frac{(2,0 \times 10^{-2})^2}{4} \times 6,26 = 2,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 2,0 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$.
4. À mesure que le réservoir se vide, h diminue, donc $v_B = \sqrt{2gh}$ diminue, donc le débit diminue : la vidange **ralentit** sans cesse — le jet des dernières minutes n'est plus qu'un filet.

Corrigé — Question de réflexion — Le glaçon qui fond

Non, le verre ne débordera pas. Le glaçon flotte : la poussée compense son poids, donc $\rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{immergé}} \cdot g = m \cdot g$, soit $V_{\text{immergé}} = m / \rho_{\text{eau}}$. Or, en fondant, sa masse m

de glace devient un volume d'eau liquide $V_{\text{fondu}} = m/\rho_{\text{eau}}$ — **exactement le volume qu'il occupait sous la surface**. L'eau de fonte remplit très précisément le creux que le glaçon laissait : le niveau ne bouge pas. La partie émergée ne « s'ajoute » pas : elle correspond à la dilatation de l'eau en glace, qui disparaît à la fonte. Prolongement : la fonte de la **banquise** (de la glace qui flotte) n'élève pratiquement pas le niveau des mers — c'est le glaçon dans le verre. Celle des calottes **continentales** (Groenland, Antarctique), posées sur la roche, verse au contraire dans l'océan une eau qui n'y était pas : c'est elle qui fait monter le niveau.

Corrigé — Problème de Fermi — La ventouse

Une ventouse courante a un diamètre comparable à la largeur d'une paume, soit environ 10 cm : son rayon est donc de l'ordre de $r \sim 10^{-1}$ m. À une puissance de dix près, $S = \pi r^2 \sim 10^{-2}$ m². Si l'air a été presque entièrement chassé dessous, la différence de pression est de l'ordre de la pression atmosphérique, $\Delta P \sim 10^5$ Pa. La force maximale vaut alors

$$F = \Delta P \cdot S \sim 10^5 \times 10^{-2} \sim 10^3 \text{ N.}$$

Comme $m = F/g$ et $g \sim 10 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$, cela correspond à $m \sim 10^2$ kg : dans le modèle idéal, la ventouse pourrait donc soutenir le poids d'un élève. En réalité le vide n'est jamais parfait et la ventouse se décolle par le bord bien avant ; l'estimation donne un maximum et explique pourquoi une bonne ventouse « colle » : c'est **l'atmosphère qui appuie**.