

Exercices

Corrigé de l'exercice 1 — La balle n'est pas un rayon laser

1. Cinq temps : balle, référentiel terrestre galiléen, poids seul, $\vec{a} = \vec{g}$; axes (Ox) horizontal, (Oz) ascendant depuis la bouche du canon : $x(t) = v_0 \cdot t$; $z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2$ (tir horizontal : $v_{z0} = 0$).
2. $t = d/v_0 = 500/(1,0 \times 10^3) = 0,50$ s.
3. $|z| = \frac{1}{2} \times 9,81 \times 0,50^2 = 1,2$ m : partie à 1,70 m, la balle frappe à $1,70 - 1,2 = 0,5$ m du sol — même à 3600 km/h, la chute verticale reste mesurable.
4. Parce que la chute croît comme t^2 , donc comme d^2 : viser loin impose de « viser haut », d'une quantité qui dépend de la distance — d'où la graduation.

Corrigé de l'exercice 2 — Le fossé du skieur

1. Tir horizontal depuis l'origine : $x = v_0 \cdot t$, $z = -\frac{1}{2}g \cdot t^2$; trajectoire $z(x) = -g \cdot x^2 / (2v_0^2)$.
2. Le vol s'achève quand $z = -3,0$ m : $t = \sqrt{2 \times 3,0 / 9,81} = 0,78$ s, soit $x = 15 \times 0,78 = 12$ m du bord.
3. $12 > 10$ m : le fossé est franchi, avec environ 2 m de marge — à condition de tenir la réception.

Corrigé de l'exercice 3 — L'électron dévié

1. $q = -e < 0$: $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ est **opposée** à $\vec{E}$, donc dirigée vers le **haut** — l'électron dévie vers la plaque positive.
2. $F = eE = 1,60 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3 = 3,2 \times 10^{-16}$ N contre $P = mg = 8,9 \times 10^{-30}$ N : quatorze ordres de grandeur — le poids est indétectable.
3. $a = eE/m = 3,5 \times 10^{14}$ m·s⁻²; durée de traversée $t = \ell/v_0 = 4,0 \times 10^{-9}$ s; déviation $y = \frac{1}{2}a \cdot t^2 = 2,8 \times 10^{-3}$ m = 2,8 mm.
4. Hors des plaques, plus de force (poids négligé) : principe d'inertie — mouvement **rectiligne uniforme**, tangent à la parabole de sortie.

Corrigé de l'exercice 4 — L'ascenseur au smartphone

1. Démarrage (0-2 s) : accélération vers le haut, la vitesse passe de 0 à $v = a \cdot t = 2,0$ m·s⁻¹ (croisière); phase 2-8 s : montée à vitesse constante (MRU); 8-10 s : freinage jusqu'à l'arrêt.
2. Deuxième loi sur le passager ($\vec{N}$ réaction du pèse-personne, $\vec{P}$ poids), axe ascendant : $N - mg = m \cdot a_z$, d'où $N = m(g + a_z)$: démarrage $N = 75 \times 10,81 =$

- $8,1 \times 10^2 \text{ N}$; croisière $N = mg = 7,4 \times 10^2 \text{ N}$; freinage $N = 75 \times 8,81 = 6,6 \times 10^2 \text{ N}$.
3. Le pèse-personne affiche N/g : 83 kg au démarrage (« lourd »), 75 kg en croisière (une expérience mécanique interne ne distingue pas le MRU du repos), 67 kg au freinage (« léger »).

Corrigé de l'exercice 5 — Le lancer de poids

1. Cinq temps, avec cette fois $z(0) = h$: $x(t) = (v_0 \cos \alpha) \cdot t = 9,96 t$ et $z(t) = -4,90 t^2 + 8,36 t + 2,2$ (où $v_0 \sin \alpha = 8,36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$).
2. L'impact correspond à $z = 0$: $-4,90 t^2 + 8,36 t + 2,2 = 0$, soit, en changeant de signe, $4,90 t^2 - 8,36 t - 2,2 = 0$.
3. $\Delta = 8,36^2 + 4 \times 4,90 \times 2,2 = 113$, d'où $t = (8,36 \pm 10,6)/9,81$: $t_1 = 1,94 \text{ s}$ ou $t_2 = -0,23 \text{ s}$. La racine négative est mathématiquement légitime — elle décrit la parabole **prolongée avant le lancer** — mais ce n'est pas la question posée : l'impact cherché est postérieur au lancer. On garde donc t_1 (**M4** : la solution physique est celle qui **répond à la question**, pas « la positive » par réflexe). Portée : $x = 9,96 \times 1,94 = 19,3 \text{ m}$.
4. Depuis le sol, $L = v_0^2 \sin(2\alpha)/g = 17,0 \text{ m}$: les 2,2 m de hauteur de lancer **rapportent 2,3 m de portée** — à vitesse de bras égale, la taille du lanceur est un avantage mécanique direct (les finalistes olympiques dépassent souvent 1,90 m).

Corrigé — Exercice de réflexion — 45°, vraiment ?

Monter l'angle augmente le **temps de vol**, donc la durée pendant laquelle le frottement dissipe l'énergie du projectile. À vitesse initiale fixée et pour un départ et une arrivée à la même altitude, cette dissipation pénalise davantage les angles élevés : l'angle optimal devient inférieur à 45°. Pour un javelot ou une balle de golf, la portance et la rotation interviennent également. Le résultat du §4 reste valable dans le domaine du modèle sans frottement.

Corrigé — Problème de Fermi — Un lancer à la main

Sous-estimations accessibles : la main parcourt une distance de l'ordre de 10^0 m pendant un geste qui dure une fraction de seconde, soit environ 10^{-1} s . La vitesse de lancement est donc de l'ordre de

$$v_0 \sim \frac{10^0}{10^{-1}} \sim 10^1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

En prenant un angle favorable et $g \sim 10^1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$:

$$L \sim \frac{v_0^2}{g} \sim \frac{(10^1)^2}{10^1} \sim 10^1 \text{ m}.$$

La portée attendue est donc de l'ordre de la **dizaine de mètres**, ce qui est compatible avec un lancer ordinaire. Un athlète entraîné peut aller plus loin et approcher l'ordre de grandeur supérieur.

E.C.E. — Exploitation

1. La portée est l'abscisse non nulle où $z(x) = 0$: $x [\tan \alpha - g \cdot x / (2v_0^2 \cos^2 \alpha)] = 0$ donne $L = 2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = v_0^2 \sin(2\alpha) / g$ — une droite en $\sin(2\alpha)$, de pente v_0^2 / g , passant par l'origine.
2. Pour $\alpha = 20^\circ$, par exemple :

$$\bar{L} = \frac{0,563 + 0,571 + 0,579 + 0,569 + 0,568}{5} = 0,570 \text{ m.}$$

La calculatrice donne $\sigma = 0,0058 \text{ m}$, donc

$$u(\bar{L}) = \frac{\sigma}{\sqrt{5}} = 0,0026 \text{ m,}$$

arrondi par excès à $0,003 \text{ m}$ conformément à **O4**. Les autres séries donnent de même :

α	20°	30°	40°	45°	50°	60°
$\bar{L} \text{ (m)}$	0,570	0,770	0,870	0,890	0,860	0,760
$u(\bar{L}) \text{ (m)}$	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

Les répétitions quantifient la dispersion due au lanceur, au guidage et au repérage de l'impact.

3. La pente donne d'abord

$$v_0 = \sqrt{p \cdot g} = \sqrt{0,883 \times 9,81} = 2,943 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Comme $v_0^2 = p \cdot g$ et que g est ici considéré exact, une petite variation vérifie $2u(v_0)/v_0 = u(p)/p$: le carré explique le facteur $1/2$. Donc

$$u(v_0) = \frac{v_0}{2} \frac{u(p)}{p} = \frac{2,943}{2} \times \frac{0,003}{0,883} = 0,005 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Le résultat correctement arrondi est $v_0 = (2,943 \pm 0,005) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

4. Le modèle prévoit la même portée pour deux angles complémentaires. Or $L(60^\circ) < L(30^\circ)$ et $L(50^\circ) < L(40^\circ)$: à même $\sin(2\alpha)$, le tir de plus grand angle reste plus longtemps dans l'air et subit davantage les frottements. Cette dissymétrie révèle la limite du modèle sans frottement (§6).
5. Par dérivation :

$$v_x(t) = 2,08, \quad v_z(t) = -9,74 \times t + 2,09,$$

donc $\vec{v}_0 = (2,08 ; 2,09) \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et

$$a_x = 0, \quad a_z = 2 \times (-4,87) = -9,74 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

L'incertitude sur a_z vaut $u(a_z) = 2 \times 0,04 = 0,08 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. L'écart normalisé à la valeur $-g = -9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ est

$$z = \frac{|-9,74 - (-9,81)|}{0,08} = 0,9 < 2 :$$

la mesure est compatible avec le modèle de la chute libre.

Programmation Python

1. `vx0 = v0 * math.cos(a)` et `vz0 = v0 * math.sin(a)` — avec l'angle converti en radians par `math.radians` (piège du chapitre : la calculatrice en degrés, Python en radians!).
2. Le script affiche 20,5; 35,3; 40,9; 35,4; 20,4 m : le maximum est à 45° , et les couples $(15^\circ, 75^\circ)$ et $(30^\circ, 60^\circ)$ — les angles **complémentaires** — ont la même portée **à la précision du pas de calcul**. Les écarts de 0,1 m viennent de la discrétisation temporelle.
3. `xs.append(vx0 * t)` et `zs.append(vz0 * t - 0.5 * g * t * t)` sont les équations horaires du §3, évaluées de 0,01 s en 0,01 s ; la condition `zs[len(zs) - 1] >= 0.0` arrête la construction juste après que le projectile est repassé sous le niveau de lancement. La dernière valeur de `xs` **approxime** donc la portée, avec une précision limitée par le pas de 0,01 s.