

Une coupure dans la chaîne du froid

Terminale spécialité Physique-Chimie · Transferts thermiques et refroidissement

1. Modèle d'évolution de la température

Le réfrigérateur est immobile et ne reçoit aucun travail utile pendant la coupure. Pour le système incompressible, le bilan d'énergie conduit à

$$mc \frac{dT}{dt} = \phi.$$

Avec la loi de Newton fournie :

$$mc \frac{dT}{dt} = hS(T_0 - T),$$

soit

$$\frac{dT}{dt} + \frac{hS}{mc}T = \frac{hS}{mc}T_0.$$

En posant

$$\tau = \frac{mc}{hS},$$

l'équation devient

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}T = \frac{T_0}{\tau}.$$

Sa solution tend vers T_0 et doit vérifier $T(0) = T_i$. On obtient donc

$$T(t) = T_0 + (T_i - T_0)e^{-t/\tau}.$$

Ici, $T_i < T_0$: la température augmente vers T_0 .

2. Temps caractéristique et coefficient d'échange

À $t = \tau$, l'écart à la température finale ne vaut plus que $1/e$ de sa valeur initiale. La température correspondante est

$$T(\tau) = T_0 + \frac{T_i - T_0}{e} = 32,0 + \frac{5,0 - 32,0}{e} = 22,1 \text{ °C}.$$

La lecture du document 1 donne cette température vers

$$\tau \simeq 22 \text{ h.}$$

La relation établie à la question 1 donne

$$h = \frac{mc}{S\tau} = \frac{180 \times 3,50 \times 10^3}{3,20 \times 22 \times 3600},$$

d'où

$$h \simeq 2,5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Une lecture graphique comprise entre 21 h et 23 h conduit à une valeur compatible.

3. Déclenchement de l'alarme

À la date t_a du déclenchement, $T(t_a) = 8^\circ\text{C}$. Avec le modèle et $\tau = 22 \text{ h}$:

$$8 = 32 + (5 - 32)e^{-t_a/22}.$$

Ainsi,

$$e^{-t_a/22} = \frac{32 - 8}{32 - 5} = \frac{24}{27},$$

$$t_a = -22 \ln\left(\frac{24}{27}\right) = 2,59 \text{ h.}$$

L'alarme se déclenche donc après environ

$$t_a \simeq 2,6 \text{ h,}$$

soit environ 2 h 35 min. Cette durée est inférieure à quatre heures :

le réfrigérateur ne satisfait pas le critère.

4. Masse thermique minimale

Pour atteindre exactement 8°C après 4 h, le temps caractéristique minimal doit vérifier

$$4 = -\tau_{\min} \ln\left(\frac{24}{27}\right).$$

D'où

$$\tau_{\min} = \frac{4}{-\ln(24/27)} = 34,0 \text{ h.}$$

Comme $\tau = mc/(hS)$,

$$m_{\min} = \frac{\tau_{\min} h S}{c} = \frac{34,0 \times 3600 \times 2,5 \times 3,20}{3,50 \times 10^3}.$$

On obtient

$$m_{\min} \simeq 2,8 \times 10^2 \text{ kg.}$$

Il faudrait donc augmenter la masse thermique équivalente d'environ 100 kg dans les conditions du modèle.

5. Portée du coefficient h

Le coefficient h est ici un **coefficient effectif** : il rassemble dans une loi linéaire l'effet global des transferts par convection, conduction à travers l'enveloppe et rayonnement thermique. Il ne décrit pas séparément chacun de ces mécanismes.

Il peut varier si la circulation d'air change, si un ventilateur s'arrête, si les écarts de température modifient la convection naturelle, si le rayonnement devient plus ou moins important, ou encore si les températures ne restent pas uniformes dans la charge. Une de ces raisons correctement expliquée suffit.

6. La recherche pas à pas de la date d'alarme

a. La ligne à écrire

C'est la solution établie à la question 1, évaluée à la date t :

$$T = T_0 + (T_i - T_0) * \text{math.exp}(-t / \text{tau})$$

La ligne complète le $T =$ laissé vide et conserve son indentation de quatre espaces. Le signe **moins** de l'exposant est indispensable : sans lui, T divergerait et la boucle s'arrêterait au premier tour. Écrire $T_i - T_0$ et non $T_0 - T_i$: l'écart initial vaut ici $5,0 - 32,0 = -27,0$ K, et c'est parce qu'il est négatif que la température monte vers T_0 .

C'est aussi cette mise à jour qui assure la **terminaison** de la boucle : T croît strictement vers $T_0 = 32^\circ\text{C}$, donc finit par dépasser le seuil de 8°C .

b. La valeur affichée

Le script affiche

$$t = 2,60 \text{ h} \quad \text{et} \quad T = 8,01^\circ\text{C}.$$

La date retrouve celle de la question 3, $t_a \simeq 2,6$ h. Le script ne s'arrête pas exactement à $8,00^\circ\text{C}$: il teste la température après chaque pas et sort dès qu'elle a **franchi** le seuil. La date affichée est donc le premier multiple du pas qui dépasse la solution exacte 2,5912 h.

c. Avec un pas d'une heure

La boucle teste alors $t = 1, 2$ puis 3 h, et s'arrête à

$$t = 3,0 \text{ h}, \quad T = 8,44^\circ\text{C}.$$

L'écart avec la question 3 atteint 0,4 h, soit près de 25 min. Il ne vient **pas** d'une erreur sur le modèle : la formule est exacte à chaque date calculée. Il vient du **pas de détection** : la boucle ne peut placer l'alarme qu'entre deux dates testées, donc l'erreur commise est au plus égale à

dt. Un pas plus fin rapproche le résultat de la valeur exacte, au prix de davantage de tours de boucle.