

Écoper 6 000 litres en douze secondes

Terminale spécialité Physique-Chimie · Hydrodynamique

1. Action de l'eau sur la coque

Dans un fluide au repos, la pression augmente avec la profondeur. Les forces pressantes exercées sur les faces latérales de la coque se compensent. En revanche, les forces exercées sur les parties les plus basses sont plus intenses que celles exercées sur les parties les plus hautes. Leur résultante est donc verticale et dirigée vers le haut : c'est la poussée d'Archimède.

2. Volumes immergés

Le système étudié est l'avion, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. À l'arrêt et en équilibre sur l'eau, il n'est soumis qu'à deux forces : son poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ exercée par l'eau.

L'équilibre impose que la somme vectorielle des forces soit nulle :

$$\vec{P} + \vec{\Pi} = \vec{0}.$$

En notant $\vec{g}$ le champ de pesanteur et V_{imm} le volume de coque immergé, ces deux forces s'écrivent

$$\vec{P} = m \vec{g}, \quad \vec{\Pi} = -\rho V_{\text{imm}} \vec{g},$$

la poussée étant l'opposé du poids du volume d'eau déplacé.

On projette alors sur un axe vertical (Oz) orienté vers le haut, pour lequel $\vec{g} = -g \vec{u}_z$:

$$-mg + \rho V_{\text{imm}} g = 0,$$

d'où

$$mg = \rho V_{\text{imm}} g, \quad V_{\text{imm}} = \frac{m}{\rho}.$$

Avant l'écopage :

$$V_{\text{imm},0} = \frac{15,2 \times 10^3}{1,00 \times 10^3} = 15,2 \text{ m}^3.$$

Le volume d'eau embarqué vaut $6\,000 \text{ L} = 6,00 \text{ m}^3$, donc sa masse vaut

$$m_{\text{eau}} = \rho V_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \times 6,00 = 6,00 \times 10^3 \text{ kg}.$$

Après l'écopage, la masse totale vaut $21,2 \times 10^3 \text{ kg}$ et

$$V_{\text{imm},1} = \frac{21,2 \times 10^3}{1,00 \times 10^3} = 21,2 \text{ m}^3.$$

L'immersion augmente ainsi de $6,0 \text{ m}^3$, exactement le volume d'eau embarqué dans ce modèle.

3. Vitesse dans les écopés

Le débit volumique total est

$$D_V = \frac{V}{\Delta t} = \frac{6,00}{12,0} = 0,500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}.$$

Chaque écope reçoit la moitié de ce débit. La section d'une ouverture vaut

$$S = 0,100 \times 0,120 = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m}^2.$$

Avec $D_V = 2Sv_B$,

$$v_B = \frac{D_V}{2S} = \frac{0,500}{2 \times 1,20 \times 10^{-2}} = 20,8 \text{ m s}^{-1}.$$

La vitesse de l'avion vaut

$$v_A = \frac{130}{3,6} = 36,1 \text{ m s}^{-1}.$$

L'eau traverse donc les ouvertures à une vitesse moyenne environ 1,7 fois plus faible que la vitesse de l'avion.

4. Pression au point A

Le point A est situé dans l'eau, à la profondeur h_A sous la surface libre. L'eau y est au repos dans le référentiel de l'avion ; la loi de la statique des fluides donne donc

$$P_A = P_{\text{atm}} + \rho g h_A = 1,01 \times 10^5 + 1,00 \times 10^3 \times 9,81 \times 0,20,$$

soit

$$P_A = 1,03 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

La surpression due à l'immersion vaut seulement $\rho g h_A = 1,96 \times 10^3 \text{ Pa}$, soit environ 2 % de la pression atmosphérique : elle est faible, mais elle n'est pas nulle et la question suivante montre exactement ce qu'elle apporte.

5. Arrivée de l'eau dans les réservoirs

Le réservoir étant ventilé, $P_B = P_{\text{atm}}$, tandis que $P_A = P_{\text{atm}} + \rho g h_A$: les deux pressions diffèrent. La relation admise s'écrit

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B,$$

d'où

$$v_B^2 = v_A^2 + \frac{2(P_A - P_B)}{\rho} - 2g(z_B - z_A).$$

Or $P_A - P_B = \rho g h_A$, et le terme de pression se simplifie :

$$v_B^2 = v_A^2 + 2g h_A - 2g H = v_A^2 - 2g(H - h_A).$$

Tout se passe donc comme si l'eau devait s'élever de $H - h_A = 1,80 \text{ m}$: c'est la hauteur de B **au-dessus de la surface libre** qui compte, et non au-dessus de A. L'immersion de l'écope restitue exactement la hauteur dont elle abaisse le point A.

Avec $v_A = 36,1 \text{ m s}^{-1}$:

$$v_{B,\text{id}} = \sqrt{36,1^2 - 2 \times 9,81 \times 1,80} = 35,6 \text{ m s}^{-1}.$$

Cette vitesse est réelle, et la hauteur maximale accessible au-dessus de la surface libre,

$$H_{\text{max}} = \frac{v_A^2}{2g} = 66,4 \text{ m},$$

est très supérieure à $1,80 \text{ m}$: le modèle prévoit donc que l'eau peut atteindre les réservoirs sans pompe. La vitesse idéale $35,6 \text{ m s}^{-1}$ reste supérieure à la valeur moyenne réelle $20,8 \text{ m s}^{-1}$ obtenue à la question 3. L'écart traduit les limites du modèle idéal, qui néglige notamment les dissipations et la géométrie détaillée du circuit.

6. Obstruction d'une écope

Si une seule ouverture devait assurer le même débit total, la vitesse moyenne deviendrait

$$v'_B = \frac{D_V}{S} = \frac{0,500}{1,20 \times 10^{-2}} = 41,7 \text{ m s}^{-1}.$$

Or, à la hauteur du réservoir, le modèle idéal ne permet au plus que $35,6 \text{ m s}^{-1}$. La vitesse $41,7 \text{ m s}^{-1}$ exigerait donc davantage d'énergie mécanique à l'arrivée qu'il n'en est disponible en A. Le débit total ne peut pas rester inchangé : il diminuerait. Il faut donc interrompre l'écopage ou disposer d'une surface d'eau assez large pour écopper plus longtemps.