

DART : dévier un astéroïde

Terminale spécialité Physique-Chimie · Gravitation et lois de Kepler

1. Vecteurs à la position 1

La force gravitationnelle $\vec{F}_g$ exercée par Didymos est dirigée vers son centre. Le vecteur accélération $\vec{a}_1$ est colinéaire à la résultante des forces : il est donc lui aussi centripète.

2. Mouvement avant l'impact et masse de Didymos**a. Deuxième loi de Newton**

Le système étudié est Dimorphos, de masse m , dans le référentiel lié au centre de Didymos, supposé galiléen. La seule force retenue est l'attraction gravitationnelle de Didymos. En notant $\vec{u}$ le vecteur unitaire dirigé du centre de Didymos vers Dimorphos :

$$\vec{F}_g = -G \frac{M_D m}{r_1^2} \vec{u}.$$

La deuxième loi de Newton donne $m\vec{a}_1 = \vec{F}_g$, donc :

$$\vec{a}_1 = -G \frac{M_D}{r_1^2} \vec{u}.$$

b. Caractère uniforme du mouvement

Dans le repère de Frenet, $\vec{n} = -\vec{u}$ et l'accélération s'écrit :

$$\vec{a}_1 = \frac{dv_1}{dt} \vec{t} + \frac{v_1^2}{r_1} \vec{n}.$$

L'accélération obtenue par la deuxième loi de Newton est uniquement normale : sa composante tangentielle est nulle. Par identification, $dv_1/dt = 0$. La valeur de la vitesse est constante : le mouvement circulaire est donc **uniforme**.

Le vecteur vitesse $\vec{v}_1$ est tangent à l'orbite et orienté dans le sens du mouvement. On peut alors compléter la figure :

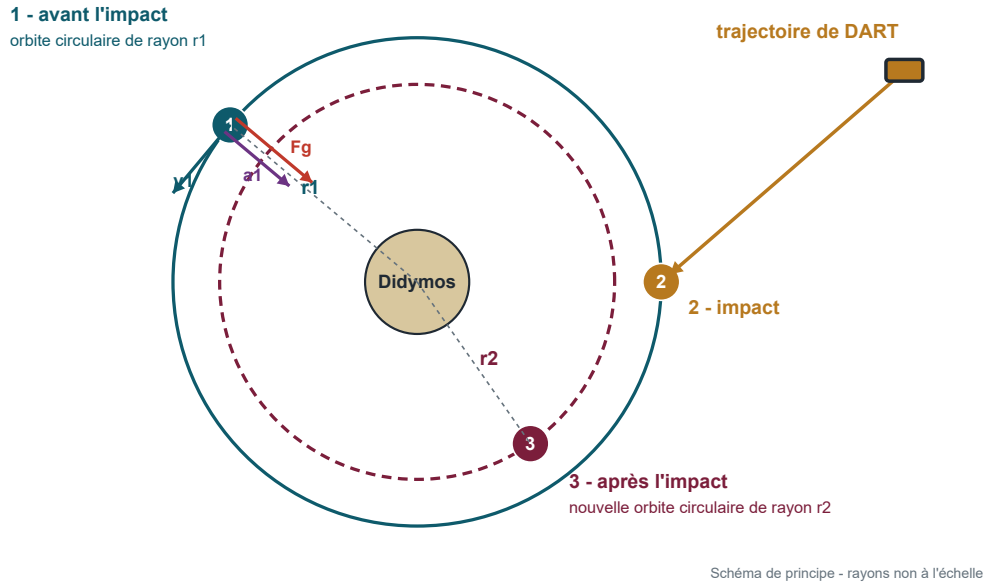


Figure 2 - Orientation des vecteurs aux questions 1 et 2b

c. Expression de la vitesse

L'identification des composantes normales donne :

$$\frac{v_1^2}{r_1} = G \frac{M_D}{r_1^2}, \quad \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{GM_D}{r_1}}}.$$

d. Masse de Didymos

Pendant une période, Dimorphos parcourt la circonférence de son orbite à vitesse constante :

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}.$$

En combinant cette relation avec l'expression précédente de v_1 :

$$\frac{4\pi^2 r_1^2}{T_1^2} = \frac{GM_D}{r_1}, \quad \boxed{M_D = \frac{4\pi^2 r_1^3}{GT_1^2}}.$$

On convertit les données en unités SI :

$$r_1 = 1,189 \times 10^3 \text{ m}, \quad T_1 = 11 \times 3600 + 55 \times 60 = 4,290 \times 10^4 \text{ s}.$$

La vitesse orbitale vaut d'abord $v_1 = 2\pi r_1 / T_1 = 0,174 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, puis :

$$M_D = \frac{4\pi^2 \times (1,189 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (4,290 \times 10^4)^2} = 5,41 \times 10^{11} \text{ kg}.$$

La relation admise transporte l'incertitude du rayon orbital :

$$\frac{u(M_D)}{M_D} = 3 \times \frac{0,030}{1,189} = 7,57 \times 10^{-2}, \quad u(M_D) = 5,41 \times 10^{11} \times 7,57 \times 10^{-2} = 0,41 \times 10^{11} \text{ kg.}$$

Le cube du rayon triple l'incertitude relative : 2,5 % sur r_1 en donnent 7,6 % sur la masse. En arrondissant l'incertitude à un chiffre significatif par excès et la valeur au même rang :

$$M_D = (5,4 \pm 0,5) \times 10^{11} \text{ kg.}$$

L'écart normalisé à la valeur publiée vaut

$$z = \frac{|5,4 - 5,28| \times 10^{11}}{0,5 \times 10^{11}} = 0,2 \leq 2 :$$

la masse déterminée à partir de la seule orbite de Dimorphos est **compatible avec la valeur publiée**.

3. Rayon orbital après l'impact

Pour deux orbites circulaires autour du même astre, la troisième loi de Kepler donne :

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}.$$

On isole la grandeur cherchée avant l'application numérique :

$$r_2 = r_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{2/3}.$$

Avec $T_2 = 11 \times 3600 + 22 \times 60 + 3 = 4,0923 \times 10^4 \text{ s}$:

$$r_2 = 1,189 \times \left(\frac{4,0923 \times 10^4}{4,290 \times 10^4} \right)^{2/3} = 1,152 \text{ km.}$$

Le rayon orbital du modèle diminue donc de $r_1 - r_2 = 0,037 \text{ km}$, soit environ 37 m.

4. Intérêt pour la défense planétaire

La période est passée de 11 h 55 min à environ 11 h 22 min. La troisième loi de Kepler et le calcul de r_2 montrent que l'impact a placé Dimorphos, dans le modèle circulaire, sur une orbite moyenne plus proche de Didymos. DART a donc produit une modification mesurable du mouvement d'un corps céleste : le principe de l'impacteur cinétique est validé.

Dimorphos ne menaçait pas la Terre ; il servait de cible d'essai. Pour un astéroïde géocroiseur sur une trajectoire de collision, l'objectif ne serait pas de le détruire mais de modifier très légèrement sa vitesse. Si l'intervention a lieu longtemps avant la rencontre prévue, ce faible changement s'accumule au cours du trajet et peut créer une distance de passage suffisante pour éviter la Terre. Une **détection précoce** laisse donc le temps d'organiser la mission et permet qu'une petite déviation produise un grand écart à long terme.

Le succès de DART démontre le principe, mais l'efficacité exacte dépend aussi de la masse, de la structure et de la composition de l'astéroïde : les résultats ne se transposent pas automatiquement à tous les géocroiseurs.