

Dans la trajectoire d'un record du monde

Terminale spécialité Physique-Chimie · Mouvement dans un champ uniforme

1. Exploitation du pointage

Les modélisations indiquées sur les graphes sont :

$$x(t) = -0,06 t^2 + 11,74 t, \quad z(t) = -4,90 t^2 + 9,02 t + 2,20.$$

Par dérivation :

$$v_x(t) = -0,12 t + 11,74, \quad v_z(t) = -9,80 t + 9,02.$$

À $t = 0$:

$$\vec{v}_0 = (11,74 ; 0 ; 9,02) \text{ m s}^{-1}.$$

Une nouvelle dérivation donne :

$$\vec{a} \simeq (-0,12 ; 0 ; -9,80) \text{ m s}^{-2}.$$

La valeur de la vitesse initiale et l'angle de lancement valent :

$$v_0 = \sqrt{11,74^2 + 9,02^2} = 14,8 \text{ m s}^{-1},$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{9,02}{11,74}\right) = 37,5^\circ \simeq 38^\circ.$$

2. Deuxième loi de Newton et équations horaires

Le système étudié est le poids, de masse $m = 7,260 \text{ kg}$, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lorsque l'action de l'air est négligée, la seule force extérieure est le poids $\vec{P} = m\vec{g}$.

La deuxième loi de Newton donne :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \implies m\vec{g} = m\vec{a} \implies \vec{a} = \vec{g}.$$

Dans le repère choisi :

$$a_x = 0, \quad a_y = 0, \quad a_z = -g.$$

Une première intégration par rapport au temps donne, avec trois constantes C_1 , C_2 et C_3 :

$$v_x(t) = C_1, \quad v_y(t) = C_2, \quad v_z(t) = -g t + C_3.$$

À $t = 0$, la vitesse vaut $\vec{v}_0 = (v_{0x} ; 0 ; v_{0z})$, d'où $C_1 = v_{0x}$, $C_2 = 0$ et $C_3 = v_{0z}$:

$$v_x(t) = v_{0x}, \quad v_y(t) = 0, \quad v_z(t) = -g t + v_{0z}.$$

Une seconde intégration donne, avec trois nouvelles constantes C_4 , C_5 et C_6 :

$$x(t) = v_{0x} t + C_4, \quad y(t) = C_5, \quad z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0z} t + C_6.$$

Les conditions initiales $x(0) = y(0) = 0$ et $z(0) = h$ imposent $C_4 = 0$, $C_5 = 0$ et $C_6 = h$:

$$x(t) = v_{0x} t, \quad y(t) = 0, \quad z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0z} t + h.$$

Numériquement, avec $v_{0x} = 11,74 \text{ m s}^{-1}$, $v_{0z} = 9,02 \text{ m s}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ et $h = 2,20 \text{ m}$:

$$\boxed{x(t) = 11,74t}, \quad \boxed{y(t) = 0}, \quad \boxed{z(t) = -4,91t^2 + 9,02t + 2,20}.$$

Selon la verticale, cette expression est très proche de la régression du document 1 : $-4,91 \simeq -4,90$. Horizontalement, le modèle sans air prévoit une vitesse constante, tandis que le terme $-0,06t^2$ du pointage traduit une faible diminution de v_x . La chute libre constitue donc une bonne première approximation, mais elle ne rend pas compte de ce léger ralentissement, compatible avec l'action de l'air.

3. Mouvement plan et équation de la trajectoire

Selon (Oy) , on a $a_y = 0$, $v_y(0) = 0$ et $y(0) = 0$. Il en résulte successivement $v_y(t) = 0$, puis $y(t) = 0$ à tout instant. Le mouvement reste donc dans le plan vertical (Oxz) .

Comme $x(t) = v_{0x} t$ avec $v_{0x} \neq 0$:

$$t = \frac{x}{v_{0x}}.$$

En reportant cette expression dans $z(t)$:

$$\boxed{z(x) = -\frac{g}{2v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} x + h}.$$

Numériquement :

$$\boxed{z(x) = -0,0356x^2 + 0,768x + 2,20}.$$

Il s'agit d'une parabole dont les branches sont tournées vers le bas.

4. Impact et performance

L'impact au sol correspond à $z(t) = 0$:

$$-\frac{1}{2} g t^2 + v_{0z} t + h = 0.$$

Pour ne pas propager l'arrondi de la question 2, on garde $\frac{1}{2}g = 4,905 \text{ m s}^{-2}$ dans le calcul :

$$-4,905t^2 + 9,02t + 2,20 = 0.$$

Les deux solutions sont approximativement $-0,22 \text{ s}$ et $2,06 \text{ s}$. Seule la seconde est postérieure au lâcher :

$$t_{\text{impact}} = 2,06 \text{ s}.$$

L'abscisse de l'impact vaut alors, en reprenant la date **non arrondie** $t_{\text{impact}} = 2,0570 \text{ s}$:

$$x_{\text{impact}} = 11,74 \times 2,0570 = 24,15 \text{ m}.$$

La ligne officielle de mesure étant située 0,35 m devant la verticale du point de lâcher, la performance correspondante est :

$$D_{\text{mod}} = 24,15 - 0,35 = 23,80 \text{ m.}$$

Avec l'incertitude fournie, la prévision du modèle s'écrit

$$D_{\text{mod}} = (23,80 \pm 0,06) \text{ m.}$$

Le record homologué servant de valeur de référence, l'écart normalisé vaut

$$z = \frac{|23,80 - 23,56|}{0,06} = 4,0 > 2.$$

La prévision est donc **incompatible** avec le record. L'écart de 0,24 m, soit environ 1 %, ne peut pas être mis sur le compte de la dispersion du pointage : il a une cause systématique, qui tient au modèle lui-même.

Le signe de cet écart désigne cette cause. Il est cohérent avec le document 1 : la légère courbure de $x(t)$ indique que la vitesse horizontale diminue au cours du vol. En négligeant cette décélération, le modèle conserve une vitesse horizontale trop grande et prévoit logiquement une portée un peu trop élevée. C'est bien l'action de l'air, écartée à la question 2, que l'écart normalisé vient de rendre visible.

5. Portée maximale et limites du modèle

Le résultat « portée maximale à 45° » démontré dans le cours suppose notamment que le projectile retombe à la même altitude que celle de son départ, que sa vitesse initiale est fixée quel que soit l'angle et que l'action de l'air est négligeable.

Ces conditions ne décrivent pas exactement un lancer réel : le poids est libéré à 2,20 m du sol, l'athlète ne communique pas nécessairement la même vitesse pour tous les angles et l'air exerce une action, même limitée sur un projectile aussi dense. Le résultat du cours ne permet donc pas, à lui seul, d'affirmer que 38° est un mauvais angle de lancement.